



TITLE:

不規則波浪のシミュレーションと
発生波の特性に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

木村, 晃

CITATION:

木村, 晃. 不規則波浪のシミュレーションと発生波の特性に関する研究.
京都大学, 1978, 工学博士

ISSUE DATE:

1978-11-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r3712>

RIGHT:

不規則波浪のシミュレーション
と発生波の特性に関する研究

昭和53年5月

木 村 晃

不規則波浪のシミュレーション と発生波の特性に関する研究

昭和 5 3 年 5 月

木 村 晃

目 次

第1章 結 論	1
第2章 不規則波浪のシミュレーションに関する研究	5
第1節 概 説	5
第2節 アナログ方式による不規則波浪のシミュレーション	7
第3節 デジタル方式による不規則波浪のシミュレーション	23
第4節 結 語	39
第3章 浅海における不規則波浪の伝播特性に関する研究	43
第1節 概 説	43
第2節 成分波の伝播特性の実験	44
第3節 成分波の重ね合わせ理論の適用性に関する考察	56
第4節 結 語	71
第4章 不規則波の波高・周期の結合確率特性に関する研究	73
第1節 概 説	73
第2節 周辺分布の検討	74
第3節 波高・周期の結合確率分布	83
第4節 結 語	99
第5章 不規則な波の連の研究	101
第1節 概 説	101
第2節 連の長さの確率分布	103
第3節 波高・周期の推移確率	105
第4節 不規則波の連の特性	112
第5節 結 語	117
第6章 ゼロアップクロス法による不規則波の力学的性質に関する研究	119

第 1 節	不規則波の基本的力学特性	119
第 2 節	斜面上における不規則波の砕波	126
第 3 節	結 語	131
第 7 章	結 論	134

第 1 章 緒 論

海中に設置された構造物に作用する種々の外力のうち、波浪は短期的にも長期的にも最も大きな影響を及ぼす要因の一つである。したがって、構造物の設計あるいは施工に際しては、まず現地の波浪条件を十分に把握しておくことが必要である。ところが、現地海岸に來襲する波はきわめて複雑な水面形状を持ち、実験水槽の中で機械的に発生させた規則波のように、波高・周期等の特性を簡単に特定することは困難である。しかしながら、一方では、従来より海岸工学上の諸問題はほとんどすべて規則波を対象として研究が進められてきており、その結果も大体において波高・周期・波長などの規則波の代表的な諸元で表わすように配慮されている。

海岸工学では、従来よりスペクトル解析法および波別解析法という二つの異なった取扱い方法で、不規則な波を固有の波高・周期をもつ波に分割し、同じ波高・周期をもつ規則波とおきかえて考えることにより、従来の研究成果を不規則な海の波に適用することを試みている。

スペクトル解析法の海岸工学への応用は、主として Rice¹⁾の研究を介して行われており、Barber²⁾が Rice のモデルにおける成分波を同じ波高・周期をもつ微小振幅波と等しいと仮定して不規則な波を解析したのが最初のものである。その後 Barber と Ursell³⁾により、このモデルが海洋のうねりに対してはほぼ妥当であることが示され、ついで Longuet-Higgins と Barber⁴⁾により 2 次元的な不規則波の解析法が提案されて以来、不規則波一般に適用されるようになり、その後の研究の飛躍的な進展の基となったのは周知のことである。しかしながら、このモデルは成分波に対して微小振幅の仮定をおいたため、微小振幅波と同じ適用限界をもつこととなり、波が非線型な特性をもつ場合には、特別な場合を除いて、現在もその取り扱い方法が確立されていない⁵⁾。

一方、波別解析法は、特殊な場合を除いて、その定義法が力学的な必然性をもたないので、力学的な特性を検討する方法としては、一種の便宜的な方法と考えられてきた。しかしながら、1952 年の Longuet-Higgins⁶⁾の研究を契機として、この方法はスペクトル解析の補助的な手段としてではなく、確率特性の検討のための有力な手段とされるようになった。中でもゼロアップクロス法は、この方法による波高の確率分布が、いかなる状況の下にある不規則波にあっても、Longuet-Higgins の示した Rayleigh 分布とよく適合することが明らかになるにつれて、波別解析法の標準的な方法となった。またこの方法による不規則波の統計学的な特性の研究が進むにつれて、技術者は波のもつ不規則性の重大さを認識し始め、従来明確な根拠なしに耐波設計法として用いられてきたいわゆる有義波法の問題点が明らかになってきた⁷⁾。以後、不規則性を考慮した新たな設計法の模索が開始され、伊藤ら⁸⁾による防波堤の期待滑動量、合田による護岸の期待越波流量⁹⁾および選択碎波¹⁰⁾などの概念が次々提案されるに至った。これ以後、この方法は定義した個々の波を、同じ波高・周期の規則波とおきかえて取り扱う一種の力学的手法として用いられる

ことが多くなった。しかし、不規則波の取り扱いに関する合田らの概念は、波の不規則性を考慮することの重要さを指摘することに主眼がおかれており、不規則波の取り扱い法自体は必ずしも十分完成されたものではなかった。今後、この方法が厳密ではないまでも、解析手法として力学的に有効な手段となるためには、更に次の二つの点が明らかにされなければならないであろう。その一つが波高・周期の結合確率特性であり、他の一つはこの方法で定義した個々の波の力学的な特性である。

われわれが研究の対象としている浅海域における不規則波に対しては、前述したように非線型性の由にスペクトル解析法の適用が困難であり、これにかわる方法としては、問題はあるとしても波別解析法によるしかないのが現状である。このような現状において、この研究は上述の2点を系統的に明らかにすることを目指したものである。以下各章における研究の方針を述べ、本論文における著者の立場を明らかにしたい。

第2章においては、実験水槽内に現地波浪と同様な特性をもつ不規則波を発生させることを試みる。不規則波浪のシミュレーションおよびその結果の解析に関しては、すでに合田¹¹⁾による詳細な研究が行われているが、これは従来の研究で明らかにされている非常に数少ない情報にもとづいて行われたものであり、その結果も現地波浪のそれと幾分差のあることが知られている。そこで、ここでは以下の各章の研究に用いるための不規則波浪を、実際に水の波として発生させることにした。このようにして発生させた不規則波はまだ明らかにされていない水の波特有の非線型性等を暗々のうちに含み込むこととなり、数値シミュレーションにおける不十分性を補うと考えたからである。第2節では、まずここで用いる電気油圧式不規則波発生機の特性を実験により検定する。つぎに、この造波機の制御装置に組みこまれているバンドパスフィルターユニットを用いたアナログ方式によるシミュレーション実験を行い、期待スペクトルの再現性ならびに波高などの確率特性について検討する。第3節ではデジタル方式によるシミュレーションを取り扱う。まず最初に従来の方法に比して簡単でかつ精度のよい数値シミュレーション法を確立する。つぎに、この方法による不規則波形の計算のための計算機、D-A変換器、電気油圧式不規則波発生機等より成るシミュレーションシステムを構成する。最後に実験によりこのシステムの特性を明らかにする。

第3章においては、浅海域の不規則波において、Barber, Longuet-Higgins らの線型モデルがどの程度の適合性をもつかについて検討する。この概念にもとづくスペクトル解析法は、種々の仮定や制約のもとにある解析法であるが、広く応用されている割には現象との適合性について必ずしも十分な検討がなされているとはいえない。そこで、ここではこの点を明らかにするため水槽内に発生させた不規則波を対象として、その伝播特性に関する実験を実施し、この方面からのモデルの検証を行う。第2節では一様水深および斜面上での不規則波の伝播に関する実験を行い、クロススペクトル解析の手法を用いて解析し、成分波のコヒーレンスと伝播距離との関係を検討する。第3節では、伝播距離の増加にともなうコヒーレンスの低下を、Developing spectrum 等の手法により検討し、従来の理論の問題点を明らかにする。

第4章では、波高・周期の結合確率特性を検討する。最初に述べたように、波高の確率分布に対しては Rayleigh 分布の適合性がすでに定説になっている。しかし、一方の周期の確率分布に関する研究は、理論的研究の困難さとも相まってまだ定説はない。したがって、最終的な目標である両者の結合分布の理論の確立のためには、まず、周期の確率分布を明らかにし、つぎに Rayleigh 分布とこの周期の分布とをそ

れぞれ周辺分布とする結合分布を導くという二つの難題を解決しなければならない。浅海域の不規則波に対しては、波形の非線型性の影響も更に考慮する必要がある。このように、現状においては、両者の結合分布を理論的に与えることは非常に困難であると考えられる。したがって、ここでは逆に、波高・周期の確率特性として従来より知られているいくつかの条件を満たすような2次元確率分布を導いて、実験値と比較検討して両者の適合性を検討する。第2節では両者の結合分布を検討する前段階として、その周辺分布である波高、周期のそれぞれの確率分布を、実験値と現地観測の記録を用いて検討する。特に周期の確率分布に対しては Weibull 分布の適用を試みる。第3節では2次元 Weibull 分布を導き、実験データをもとに、その形状母数や相関係数とスペクトル幅などとの関係を明らかにする。

第5章では、不規則な波の連なりについて検討する。現地波浪の観測記録を検討すると、波高の大きな波は1波だけ間欠的にあらわれることは少なく、何波かの群をなして来襲することが多い。このような高波のくり返しが大きな影響を及ぼす現象は多く、例えば、海岸堤防背後の越波の排水、斜面上のブロックの安定性、構造物の共振などをただちにあげることができる。しかしこの現象の重要性が認識され始めたのはごく最近であり、研究例もまだ非常に限られている。そこで、ここでは、波の連なりの特性に関して検討し、その統計学的な特性を明らかにすることを目指す。第2節では波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定して、波高の連の長さおよび高波のくり返し間隔の確率分布を導く。第3節では、実験値をもとにして波高の時系列に対するマルコフ連鎖の仮定の妥当性を検討する。最後に第4節では、実験データをもとに理論の妥当性を明らかにするとともに、相前後する波の相関とスペクトル形状との関連についても検討する。

第6章では、ゼロアップクロス法で定義した個々の波の力学的な特性を実験により検討する。従来の取り扱い法では、ゼロアップクロス法で定義した波を、簡単に同じ波高・周期をもつ規則波と置きかえて用いた。前にも述べたように、この方法は力学的な妥当性を持つ方法でないため、このような置きかえは場合によっては非常に危険な場合もあることが予想される。このため少なくとも実験的研究によるその取り扱いの妥当性の検証が必要であると考えられる。このような見地に立つとき、本来はあらゆる特性、あらゆる現象に対して力学的な立場での研究が必要となるが、ここでは基本的な特性に限定して検討する。第1節では一様水深を伝播する不規則波を対象として、その周期・波長・波速といった基本的な諸量を測定し、規則波の理論式と比較検討する。第2節では斜面上の不規則波を対象として、その砕波特性について検討する。

第7章では、この研究を通じて得た主たる結果について述べ、今後に残された問題点を指摘して結びとする。

参 考 文 献

- 1) Rice, S. O.: 雑音理論(宮脇一男・他訳), 電気書院, 1955, 206 p.
- 2) Barber, N. F., F. Ursell, J. Darbyshire and M. J. Tucker: A frequency analyser used in the study

- of ocean waves, *Nature*, Lond., 158, 1946, pp. 329–332.
- 3) Barber, N. F. and F. Ursell : The generation and propagation of ocean waves and swell, I. Wave periods and velocities, *Phil., Trans., A*. 140, 1948, pp. 527–560.
 - 4) たとえば Longuet-Higgins, M. S. : The statistical analysis of a random, moving surface, *Journal of Fluid Mech.*, Vol. 249, A. 966, 1957, pp. 321–387.
 - 5) 樫木義一・砂原善文：統計学的手法による自動制御理論，オーム社，1967，345 p.
 - 6) Longuet-Higgins, M. S. : On the statistical distribution of the heights of sea waves, *Jour. Marine Research*, Vol. XI, No. 3, 1952, pp. 245–265.
 - 7) 合田良実：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，1977，237 p.
 - 8) 伊藤喜行・藤島 睦・北谷高雄：防波堤の安定性に関する研究，港湾技術研究所報告，第5巻，第14号，1966，134 p.
 - 9) 合田良実：防波護岸の越波流量に関する研究，港湾技術研究所報告，第9巻，第4号，1970，pp. 3–41.
 - 10) 合田良実：浅海域における波浪の碎波変形，港湾技術研究所報告，第14巻，第3号，1975，pp. 59–106.
 - 11) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. of the Port and Harbour Research Institute*, Vol. 9, No. 3, 1970, 57p.

第2章 不規則波浪のシミュレーションに関する研究

第1節 概 説

一般に海岸もしくは海中に構造物を設置する際には、これらの構造物が現地波浪から受ける種々の影響に対する十分な安全性を確保するために、次のような手順に従って設計される。すなわち、少くとも構造物の耐用年数以上の再現期間をもつ波を設計波として選び、従来の理論的・実験的研究の結果から、同じ波高・周期をもつ規則波がこの構造物におよぼす力を計算する。さらに、若干の安全率を考慮した上で設計外力を決定し、それに耐えるように構造物を設計・施工する¹⁾。しかし、現地波浪の不規則性、あるいは統計学的代表波を用いることの物理的な意義が明らかにされていないので、こうした方法で、構造物の安全性がどの程度期待できるかは明らかでない。

事実、ある程度の安全性を考慮して設計したはずの海岸・海中構造物が、波浪により年々かなりの額にのぼる被害を受けている²⁾。こうした被害が繰り返されるのは、波により構造物が受ける影響が、従来の規則波を対象として行われた研究においても、まだ十分定量的に把握されていないこともあるが、その他に、より根本的な問題点として、次の2点を指摘することができる。

- (1) 設計波以上の破壊力を有する波浪が来襲する可能性があること。
- (2) 規則波と不規則波とでは、波高・周期等見かけ上の特性が等しい場合でも、構造物に異なる影響を及ぼすことがあること。

(1)については、現地波浪の生起確率的な特性に関する問題である。構造物の耐用年数も考慮した上で、合理的な設計波を決定するためには、長期にわたる現地波浪の定常的な観測が必要である。しかしながら現時点においては、現地波浪の測定記録は非常に限られており、有効統計期間も必ずしも十分であるとはいえない³⁾。また、その測定記録も地域的に偏しているのが現状であろう。幸い、現在運輸省において進められている50m水深での現地波浪の観測網⁴⁾が完成し、定常的な観測が開始されて(一部はすでに計測開始)十分な記録が蓄積された後には、(1)の問題点が大幅に改善されることが期待される。一方、(2)の問題点に関しては、波または、波により引き起こされる現象が、非線型な特性を有する場合に特に問題となるものである。海岸構造物は普通砕波点付近の波の非線型性が最も強い部分に集中して構築される。したがって、構造物が波から受ける影響を定量的に評価するためには、従来よく用いられてきた成分波の概念にもとづく線型の波としての取り扱い法では、不十分である。このため、最近になり、(2)の問題点の解明のための一方法として、室内実験で現地波浪と同様な特性を持つ不規則波浪を発生させて、構造物の動的な特性、あるいは波浪の変形特性を実験的に究明しようとする試みが開始されている。しかしこうした研究を可能とし、その結果を十分意義あるものにするためには、まず、実験水槽中において、現地波浪と同様な特性を持つ不規則波浪を発生させる手法を確立しなければならない。

実験室内において不規則な波を発生させる方法として、現在までに次のような各種の方法が考案されている。

- (1) 風洞水槽による方法。
- (2) 規則波の造波機を用いる方法で、造波板を駆動するモーターの回転数と運動の振幅を刻々と変化させる方法。
- (3) 有限個の規則波を合成する方法。
- (4) 造波板をランダムな信号により駆動させる方法。

(1)については従来より各地で用いられてきた不規則波の発生方法であるが、吹走距離が限定されるため、発生波のスケールに制約があった。土屋ら⁵⁾はこの点を改良するため、ドーナツ型循環式風洞水槽を製作し、室内実験で非常に大きな吹走距離をもつ風波の造波を試みた。その結果、吹走流の発生等の問題もあるが比較的大きな波高をもつ不規則波の発生に成功している。(2)については、後の(3)、(4)等の不規則な波を発生させることを目的とした造波機が製作される前の段階で試みられた方法である。合田・永井⁶⁾は、フラッター式造波機と、鉛直振動流型造波機の2台の造波機を用いて、あらかじめ作成した造波機の運転曲線に従って、造波板の変位量、モーターの回転数を刻々と変えて不規則波の造波を試みた。しかし、この方法は、非常に煩雑であること、発生波の特性が現地波浪のそれと若干異なること、などの理由でその後試みられていない。つぎに(3)の方式は、機械的あるいは電氣的に発生させた有限個の正弦波を合成し、それによって造波板を駆動させようとするものである。しかし原理的にはこの方法で発生させた波は、合成波であり、そのスペクトルは、成分波の数だけの線スペクトルよりなる。岩垣・石田⁷⁾はこの合成波を辟波させることにより連続的なスペクトル構造を持つ不規則波を発生させることを試みた。しかしこの方法では、スペクトル形状を制御することが困難であり、わが国においては、京都大学、運輸省港湾技術研究所および北海道大学に設置されたにとどまった。最後に(4)の方式による不規則波発生機は現在では最も進んだ型式のものとして各地で採用されつつあるものである。この方式の不規則波発生機は、アメリカのカリフォルニア大学⁸⁾で船舶実験用として試作され、ついで1960年ノールウェイ工科大学⁹⁾、1970年英国ウォリングフォード水理実験所¹⁰⁾等に設置されたのを皮切りとして、現在では世界各地でかなりの数にのぼるこの方式の不規則波発生機が設置されている。わが国においても、10ヶ所以上の大学ならびに研究施設においてすでに稼働中である。

この方式では、造波板の駆動法に電磁式、油圧式ならびにサーボモーター式の3つの方式があるが、各方式による性能の差はほとんどないといってよい。しかし、いずれの方式にせよ、不規則波発生機自体は、不規則な信号に追従して造波板を駆動するという機能を持つにすぎない。したがってこの方式では何らかの方法で、造波板を駆動するための不規則な電気信号を作る必要がある。従来、造波板駆動用の不規則信号を作る方法として、大別してアナログ方式とデジタル方式の2つが提案されている。両者の相違は前者が主としてアナログ計算機あるいはフィルター等で電氣的に不規則信号を作るのに対して、後者は、主としてデジタル計算機を用いて信号を作成する点にあるが、いずれの方式にせよ、不規則波浪をシミュレートするためには、まず、現地波浪のいかなる特性を再現するかということを決定しなければならない。(1)の風洞水槽を用いた不規則波浪の発生方式では、現地波浪と、その発生のメカニズムが同じであること

から、特に意識しなくとも暗々のうちに現地波浪と同じ特性を持つようになることが期待される。(4)の方式によりシミュレートした不規則波浪も、このように微細な点まで現地波浪と同様な特性を持つことが望ましいが、外的な信号により造波板を制御するため、あらかじめ設定した以上の特性を期待することはできないであろう。したがって、まず、シミュレートする特性を設定しておく必要がある。現在、不規則な波の特性として、ある程度まで明らかになっているものとして、スペクトル特性、水位、波高の確率特性等がよく知られている。したがって少なくともこれらの各特性は再現する必要がある。幸い経験的な事実として、不規則波浪のスペクトル形をシミュレートすれば、水面変動から得られる現地波浪の波高、水位の確率特性、その他の多くの特性が再現できることが明らかになっている。このため、現在では不規則波浪をシミュレートすることは、あらかじめ設定したスペクトル形の再現を意味するようになっている。

この章における研究は、最後に示した4の不規則波発生機を用いて、アナログ、デジタルの両方式により、あらかじめ設定したスペクトル形を可能な限り精度よく再現することを目指したものである。

第2節 アナログ方式による不規則波浪のシミュレーション

アナログ方式による不規則波浪のシミュレーションは、前節でも述べたように、

主として電気的な回路を用いて行う。

図-2.1はこの信号の流れを示したもので、まず、波形にとり入れるべき不規則

性は、普通電気雑音を用いて導入される。

特に、抵抗子が発生する熱雑音は、その

スペクトル形が図-2.2に示すように周波数に関係なくほぼ一様なエネルギー特性をもついわゆる白色雑音の特性を持つことが知られている。最近ではランダムノイズゼネレーターとして、この機能だけを備えた信号発生器が製品化されているが、この場合にはダイオードが発生するノイズを用いているものが多い。図-2.1の中央にGと示した部分がノイズの変換用の回路に相当する部分であり、この回路を経由することによりランダムノイズは図の右に示したように、所定の特性を持つ不規則信号に変換される。前節で説明したように不規則波のシミュレーションは、あらかじめ設定したスペクトル（以後期待スペクトルと呼ぶ）と同じスペクトル構造を持つ不規則

信号を発生させることが目的である。前述したように入力信号として用いるランダムノイズは、ほぼ白色雑音と考えることができるので、図-2.1の回路Gは期待スペクトルの形状に応じて、入力信号のエネルギーを周波数帯ごとに増幅させたり、減衰させる機能を持つ線型回路であることが要求される。

一般に、電気回路の持つ基本的な周波数伝達特性には、図-2.3に示すように、(a) 微分要素、(b) 積

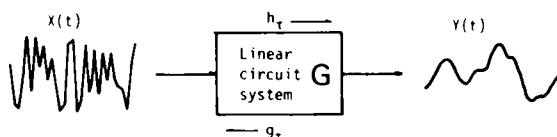


図-2.1 線型回路

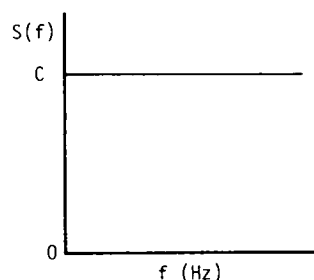


図-2.2 ホワイトノイズの
パワースペクトル

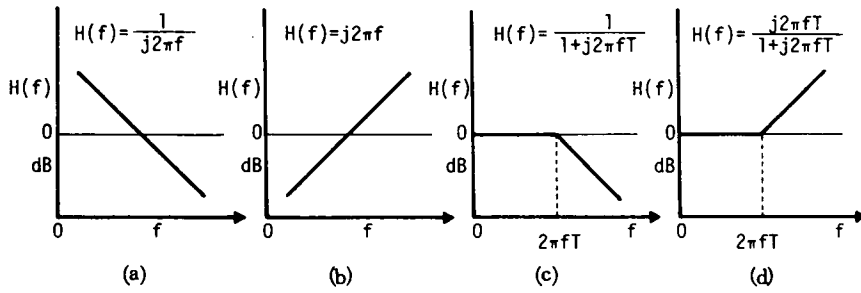


図- 2.3 周波数伝達特性

分要素, (c) 一次進み要素および (d) 一次遅れ要素¹¹⁾がある。これらの各要素を適当に組み合わせることにより, (a) ローパスフィルター, (b) ハイパスフィルター, (c) バンドパスフィルター, (d) バンドエリミネーションフィルターの4種のフィルターを構成することができる。図- 2.4 は各フィルターの基

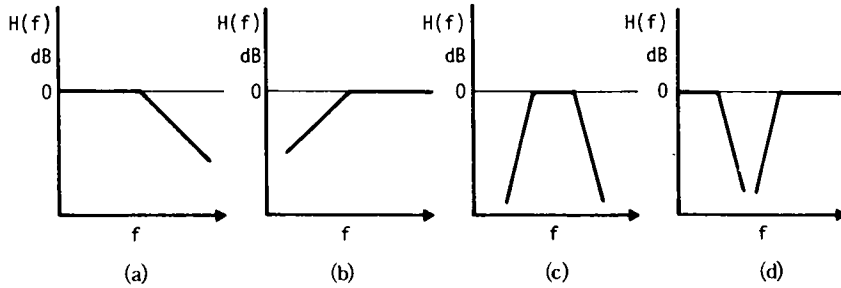


図- 2.4 フィルター

本的な周波数特性を示したものである。図- 2.3の各要素はカスケードに直結することも可能であるので, 各フィルターの通減勾配は 20 dB/dec を単位として徐々に急にすることができる。

いま, 各フィルターの周波数特性を $H(f)$ とすれば, 入出力のスペクトルには次式の関係が成立する¹²⁾。

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f) \quad (2.1)$$

ここに $S_x(f)$ および, $S_y(f)$ は入力および出力信号のパワースペクトルである。前にも述べたように入力信号として用いるランダムノイズはほぼホワイトノイズと見なし得るので, 式 (2.1) は次のようになる。

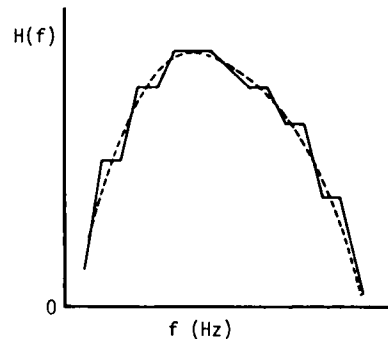
$$S_y(f) = C |H(f)|^2 \quad (2.2)$$

ここで C は定数である。式 (2.2) より明らかなように, 出力信号のスペクトルは, フィルターの周波数特性の 2 乗に比例する。したがって出力信号のスペクトルが期待スペクトルのそれに一致するためには, 式

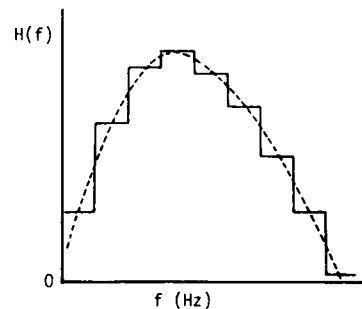
(2.2)を満たすようなフィルターを選べばよいわけである。しかし、図－2.3でも示したように、フィルターの周波数特性は自由に变化させ得るものではない。このため、期待スペクトルの再現にあたっては、図－2.3の各フィルターを相互に組みあわせて、その $H(f)$ を近似する必要がある。

図－2.5はこの期待スペクトルの近似を示す1例である！

図中の破線が期待スペクトルであり、この曲線を近似したのが図中の折線である。この折線は図－2.3に示した各要素の折点周波数 T が R 、 C 、 L の組み合わせ方で任意に変化させ得ることを利用して引いたものである。この方法では各折点の数に相当するだけの調節された R 、 C 、 L 回路が必要であり、任意の期待スペクトルをシミュレートするのはかなり複雑な準備を要することがわかる。このため、現在ではこの方法はあまり用いられず、バンドパスフィルターを用いて、期待スペクトルをシミュレートすることが多い。すなわち、バンドパスフィルターの周波数伝達特性は図－2.4の通りであるが、低周波側および高周波側の通減勾配を急にすれば、このバンドパスフィルターの周波数伝達特性は、特定の周波数帯の信号だけ通過させ、他の周波数帯の信号はほぼ完全に遮断するようになる。したがって中心周波数 f_c の異なる何本かのバンドパスフィルターを用いれば図－2.6のようにして期待スペクトルを近似することができる。図中で破線が期待スペクトルであり、図中の階段関数がバンドパスフィルターを組み合わせたものである。このように、あらかじめ設定した周波数幅を密に分割するような何本かのバンドパスフィルターを用意しておくことにより、期待スペクトルを比較的簡単に再現することができる。アナログ方式によるシミュレーションは、現在ではこのバンドパスフィルター方式が最も一般的に用いられる。



図－2.5 フィルターによる期待スペクトルの近似



図－2.6 バンドパスフィルターによる期待スペクトルの近似

2.1 電気油圧式不規則波発生機

(1) 不規則波発生機の原理と構造

表－2.1は、本研究全般を行うために用いた電気油圧式不規則波発生機（KK島津製作所製）の構成を示したものである。表からわかるように、本体は駆動部（写真－2.1）、油圧源（写真－2.2）および制

表- 2.1 電気油圧式不規則波発生機の構成

装置名	構成ユニット名	台数
駆動部	アクチュエーター	2台
	フレーム	1基
	荷台	1台
	造波板	1枚
油圧源	油圧ポンプユニット	1台
制御装置	○規則波制御部	
	超低周波発信器	1台
	主信号調整器	1台
	サーボ増幅器	2台
	変位計	2台
	○不規則波制御部	
	超低周波ランダムノイズ発生器	2台
	スペクトラム修正用帯域濾波器	1台

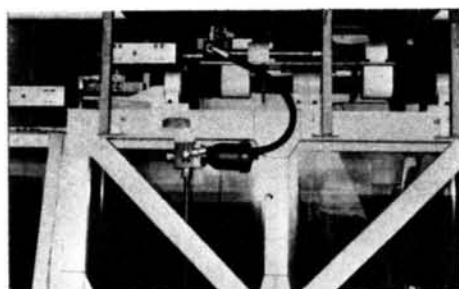


写真- 2.1 駆動部



写真- 2.2 油圧源

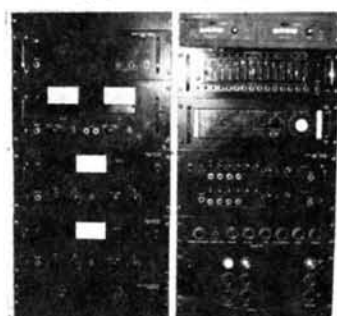


写真- 2.3 制御装置

御装置（写真- 2.3）の3つの部分より成っている。

表- 2.2に各部分の特性を示した。ここに示した各部分は図- 2.7に示すように結合されている。信号の流れに従って構成を説明すると、まず、2台あるランダムノイズ発生器からの出力信号は DC ~ 200 Hz の間 ± 3 dB 以下の偏差でほぼ平坦なスペクトル特性を持ち、造波板の制御にはこのうち、0.2 ~ 5 Hz

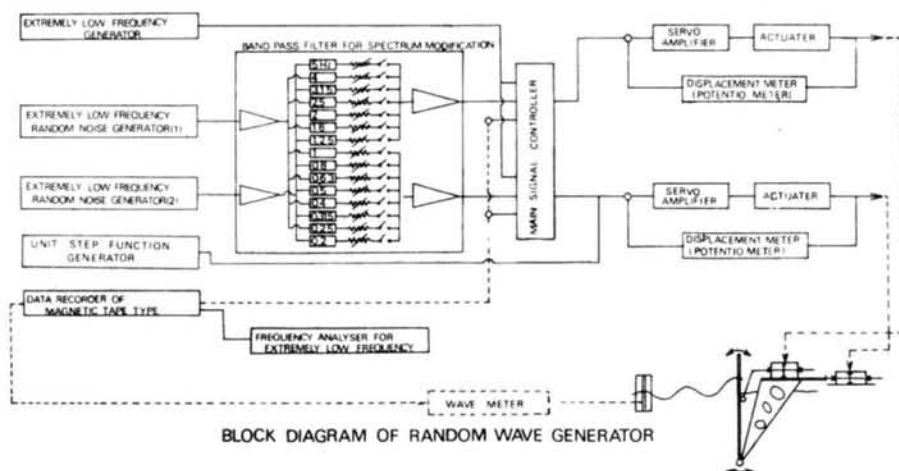


図- 2.7 電気油圧式不規則波発生機のブロックダイアグラム

表-2.2 各ユニットの性能

装 置 名	構 成 ユ ニ ッ ト 名	性 能	
駆 動 部	アクチュエーター (1) 最大出力 (2) 最大ストローク (3) 周波数範囲 (4) サーボ弁 (5) 最大変位速度		
		A	B
		1 ton	0.5 ton
		± 10 cm	± 10 cm
		0.01 ~ 10 Hz	0.01 ~ 10 Hz
油 圧 源	(1) 供給能力 (2) 最大吐出量		
		210 kg/cm ²	
		40 ℓ/min	
制 御 部	(1) 超低周波発信器		
	発信周波数	0.01 ~ 1000 Hz	
	出力波形	正弦, 三角および矩形波	
	(2) 主信号調整器		
	チャンネル数	2	
	入力信号	規則波, ランダム波および外部入力	
	(3) サーボ増幅器		
	周波数範囲	0 ~ 100 Hz	
	(4) 変 位 計		
	チャンネル数	2	
	周波数範囲	0 ~ 10 Hz	
	検 出 器	直線型ポテンショメーター	
	測定レンジ	± 10 cm, ± 5 cm, ± 3 cmの3段	
	(5) 超低周波ランダムノイズ発振器	DC ~ 200 Hz	
	(6) スペクトラム修正用帯域濾波装置		
	中心周波数	0.2, 0.25, 0.315, 0.4, 0.5, 0.63, 0.8, 1.0, 1.25, 1.6, 2.0, 2.5, 3.15, 4.0, 5.0 Hz	
	減衰傾度	80 dB/oct	

の周波数帯の信号を用いている。この信号はまずバンドパスフィルターユニット(写真-2.4)に導かれる。このユニットは図中に示すように、0.2 Hz から 5 Hz までの範囲を 1/3 oct 幅で分割するような15本のバンドパスフィルターで構成されており、それぞれのフィルターの出力は、スライド式可変抵抗器で直線的に調節できるようになっている。このユニットを通過した信号は、1.0 Hz 以上と以下に区分され、主信号調整器を経て、2基のアクチュエーター駆動用のサーボ増幅器へ送られる。この信号

はサーボ増幅器で増幅された後、サーボ弁に送られる。サーボ弁では油圧源から送られる高圧油を入力信号に従って制御し、アクチュエーターの往復動シリンダーの左右の室に交互に送り込み、ピストンを高速で作動させ、直結した造波板を駆動させる。この時バンドパスフィルターユニットで2つに分割された信号のうち、1.0 Hz以下の低周波域の信号は、図-2.8に示すように荷台を駆動するアクチュエーター(A)を作動させ、1.0 Hz以上の高周波域の信号は、直接フラッター型の造波板を駆動するアクチュエーター(B)を動かす。したがって、2つのアクチュエーターの動きを合成した造波板の運動はもとの入力信号と同一の波形となるはずである。この時のアクチュエーター(A)および(B)の運動は、それぞれのピストンの後ろに備えつけられた変位計(写真-2.5)によりとらえられ、変換器を経て電気信号として制御装置へフィードバックされ、入力信号との差が小さくなるように、すなわち、変位計の検出信号と等しくなるようにサーボ機構が働く。この他、図-2.7に示したように、この不規則波発生機は外部からの信号による制御が可能であり、超低周波発振器を用いて規則波発生機としても利用できる。

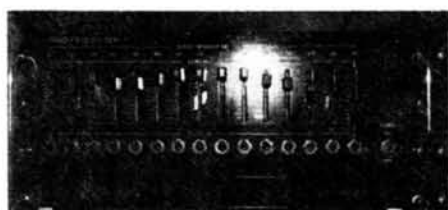


写真-2.4 バンドパスフィルターユニット

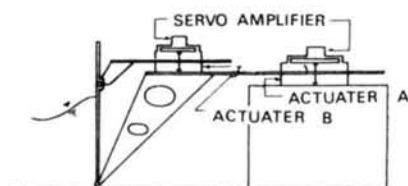


図-2.8 造波装置の構造

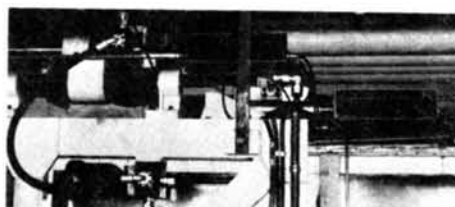


写真-2.5 変位計

(2) 実験による不規則波発生機の特性の検定

実験に用いた水槽は京都大学工学部土木系教室地下実験室に設置された長さ27 m、深さ75 cm、幅50 cmの両面ガラス張り水槽である。図-2.9に示すようにこの水槽の一端に電気油圧式不規則波発生機が設置してあり、他端には1/3勾配のアルミメッシュ製スロープにステラシートをはりつけたものを置いて波の反射を防いだ。実験水深は30 cmとし、造波板から4 mの点に電気抵抗線式波高計を設置して水面変動を測定した。また、アクチュエーターの入力信号に対する追随性を検討するため、主信号調整器からの出力と変位計からの出力をデータレコーダーに収録した。それぞれの不規則信号はA-D変換し、統計

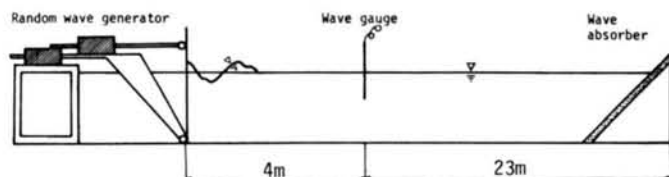


図-2.9 実験水槽

学的な処理，解析を行ない後の検討に用いた。

まず，最初に規則波の造波特性について検討した結果を示す。前にも述べたように，この装置は超低周波発振器を内蔵しており，これを用いた規則波の発生も可能である。この超低周波発信器は，正弦波，三角波，矩形波の規則的な信号を発生させることができ，各波形の発振周波数および振幅は連続的に変化させることができる。図-2.10 および図-2.11 はそれぞれアクチュエーター(A)を 1.0 Hz の周波数の正弦

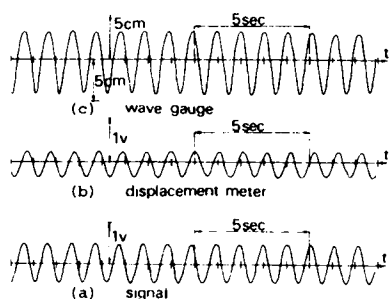


図-2.10 正弦波の入力信号と造波板の変位および水面波形

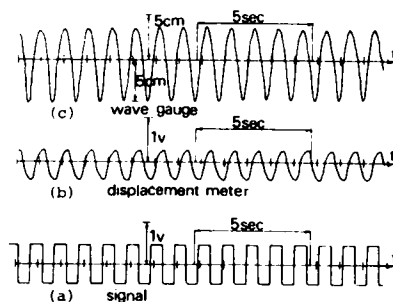


図-2.11 矩形波の入力信号と造波板の変位および水面波形

波および矩形波の信号で駆動させた時の入力信号(a)とそれによる造波板の変位(b)および発生波(c)の1例を示したものである。図-2.11の矩形信号による運転では，変位信号と入力信号に大きな差異がある。これは，入力矩形信号が無限大の立ち上り速度を持つのに対して，アクチュエーターおよび造波板の慣性のため，あるいは装置の出力に限界があり，入力信号に完全に応答し得ないためである。

つぎに不規則信号による造波板の変位について検討する。図-2.12は図-2.7で示したバンドパスフィルターのうち中心周波数が0.2, 0.315, 0.8, 1.25, 2.0, 3.15および5 Hzの7本のバンドパスフィルターを用いて個々のフィルターの入力信号による造波板の応答特性を検討したものである。ただし，各フィルターの出力ゲインは最大にした。図中の実線は入力信号のスペクトルであり，破線が造波板の変位信号のスペクトルである。図からわかるように，入力信号のスペクトルが各フィルターごとに若干ずつ異なっている。また，造波板の変位のスペクトルは，低周波域では，入力信号のスペクトルとほぼ対応しているが，1.0 Hz 付近から両者の間に差が見え始め，高周波域になるほどその差が顕著になっている。

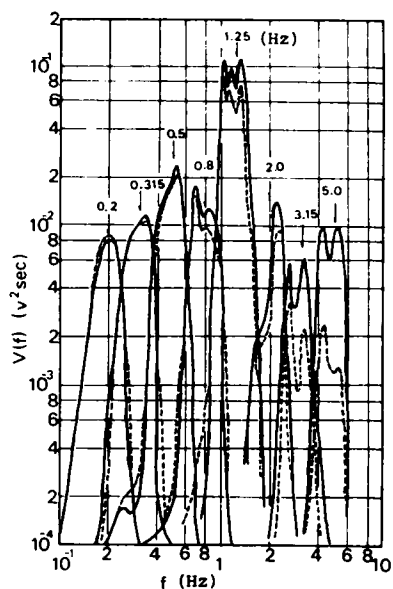


図-2.12 各バンドパスフィルターの周波数特性と造波板の変位スペクトル

1.25 Hz 以上の高周波域では、造波板はフラッター型のものが駆動し、ピストン型のものに比して入力信号に対する追随性が良いはずであるにもかかわらず、2.0 Hz では入力信号のパワーの60%、5.0 Hz では25%程度まで低下している。つぎに、図-2.13および図-2.14は図-2.7に示した0.2 Hz から5.0 Hz までのすべてのバンドパスフィルターの出力ゲインを最大にした場合と1/2にした場合の入力信号のスペクトル(実線)と造波板の変位のスペクトル(破線)を示したものである。図中で示したように、(A)は0.2 Hz から1.0 Hz、(B)は1.25 Hz から5.0 Hz の2つの範囲にわけて記録をとっている。両図とも、1.25 Hz より高周波側で入力信号のパワーがいく分低下している。これは各バンドパスフィルターの周波数特性がやはり若干ずつ異なっているためと考えられる。また、両図を比較してわかることであるが、主信号調整器の出力を1/2にすると、パワースペクトルの値が1/4~1/10に減少しており、入力信号の値が1/2から1/3になっていることがわかる。

また、図-2.12でも見られたように、やはり、この両図においても高周波域における入力信号と造波板の変位信号との差が見られる。これは前にも述べたように、装置の出力特性によるものであると考えられる。すなわち、表-2.2で示したように、造波板の最大変位速度がピストン型、フラッター型ともに、60 cm/sec である。したがって、これよりも速い変位速度には追随し得なくなる。つぎにこの点が図-2.12、2.13、2.14の各図において造波板の変位信号のスペクトルにおよぼす影響を評価する。

いま、不規則信号に含まれる周波数 f_n の成分波の振幅を a_n とすると成分波の波形 $\eta(t)$ は次式で与えられる。

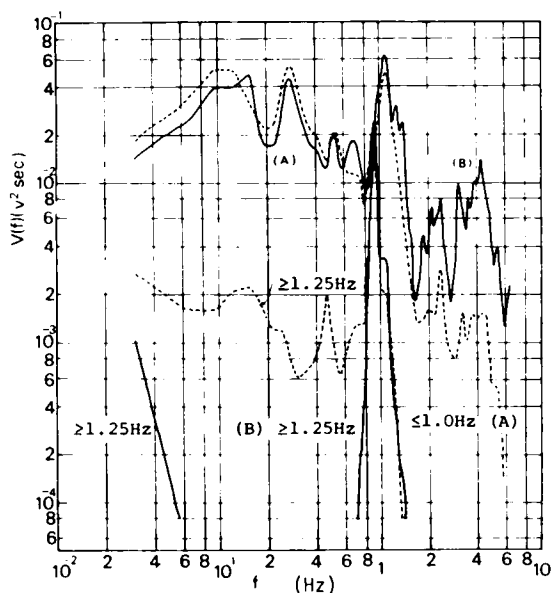


図-2.13 0.2~1.0 Hz および 1.25~5.0 Hz の入力信号と造波板の変位スペクトル(振幅調整器の出力を最大にした場合)

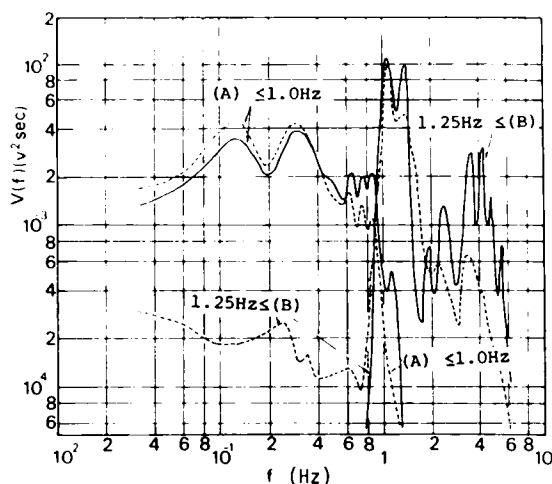


図-2.14 0.2~1.0 Hz および 1.25~5.0 Hz の入力信号と造波板の変位スペクトル(振幅調整器の出力を1/2とした場合)

$$\eta(t) = a_n \sin(2\pi f_n t) \quad (2.3)$$

したがって、この波形の変位速度の最大値は $2\pi a_n f_n$ と与えられる。つぎにこの値と装置の最大変位速度が等しいとおけば、各周波数において造波板を駆動し得る成分波の最大振幅 ($= 60/2\pi f_n$) が得られる。

この関係を示したものが図-2.15である。この装置においては、ピストン型、フラッター型の両造波板とも、その変位の最大幅が ± 10 cm、 ± 5 cm および ± 2 cm の3段階に切り換えられるようになっている。したがって造波板の最大変位を ± 10 cm とした場合の、この造波板の入力信号に対する周波数応答特性は図-2.15のようになり、 0.95 Hz より高周波域の成分は f^{-1} に比例して低下することがわかる。図中の○印は図-2.12に示した結果をもとに計算した造波板の周波数伝達特性をプロットしたものである。図より、実験結果の方が、良好な周波数伝達特性を示し、それも高周波になるほど差が大きくなる傾向にある。これは特性表に示された公称出力がいくぶん控え目の値が示されていることと、一部は周波数分析による見かけ上のものと考えられる。

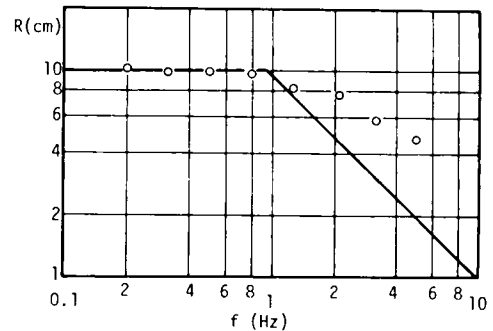


図-2.15 造波板の最大変位 (± 10 cm range)

従って、この不規則波発生機を用いる際、アクチュエーターの周波数伝達特性としては図-2.15の実線を用いるのが安全である。同様にして造波板の最大振幅を 5 cm および 2 cm にした場合の周波数応答特性を示したものが、図-2.16 および図-2.17 である。図から高周波側の通減勾配は図-2.15と同じであ

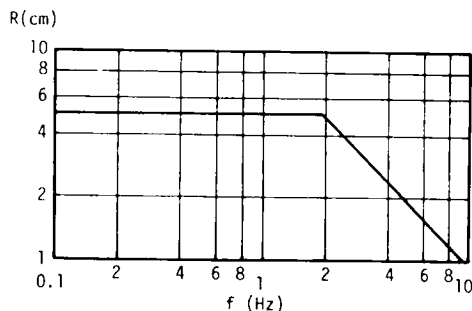


図-2.16 造波板の最大変位 (± 5 cm range)

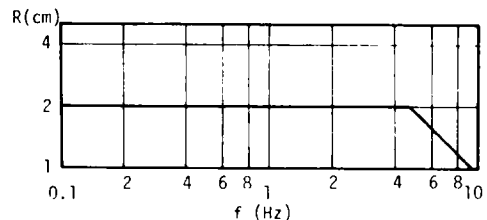


図-2.17 造波板の最大変位 (± 2 cm range)

るが折点周波数が 1.9 Hz および 4.8 Hz と徐々に大きくなり、応答特性が見かけ上改良されてきている。

(3) 造波板の運動と発生波の関係

図-2.18 および図-2.20 はバンドパスフィルターの出力を最大にした場合、図-2.19 および図-2.21 は出力を $1/2$ にした場合の造波板の変位スペクトル (破線) および、発生波のスペクトル (実線) を

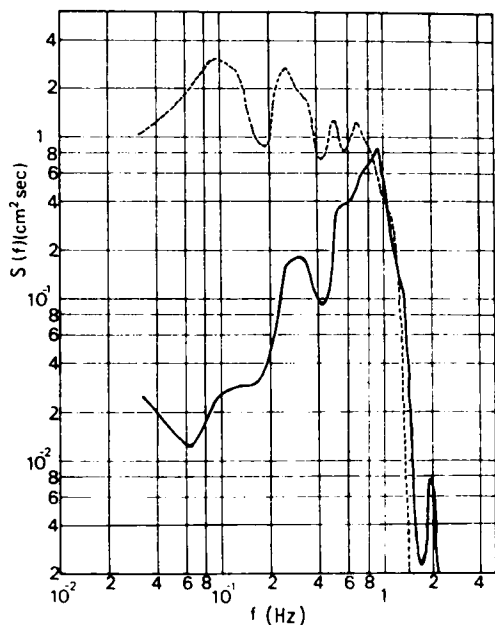


図-2.18 0.2~1.0 Hz の入力信号による造波板の変位と水面変動のスペクトル (振幅調整器の出力を最大にした場合)

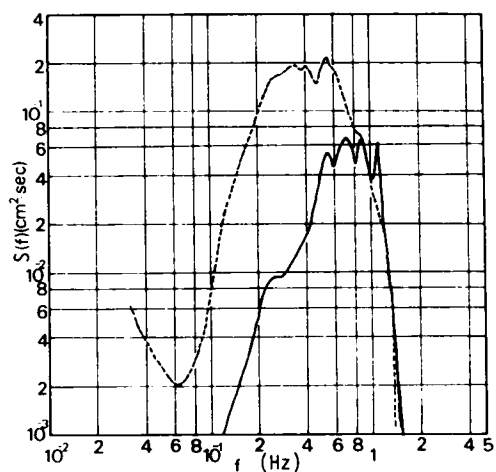


図-2.19 0.2~1.0 Hz の入力信号による造波板の変位と水面変動のスペクトル (振幅調整器の出力を 1/2 にした場合)

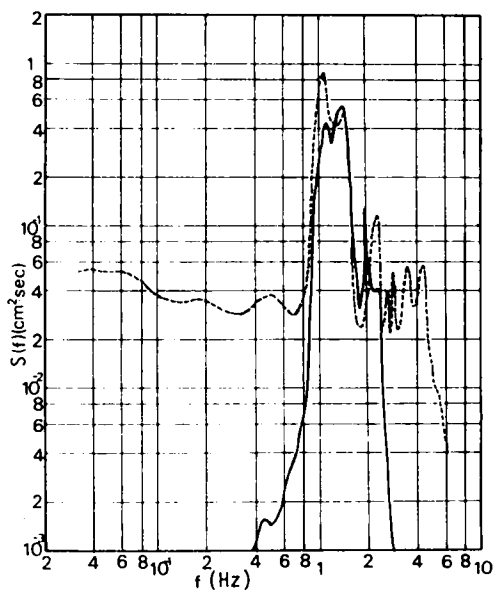


図-2.20 1.25~5.0 Hz の入力信号による造波板の変位と水面変動のスペクトル (振幅調整器の出力を最大にした場合)

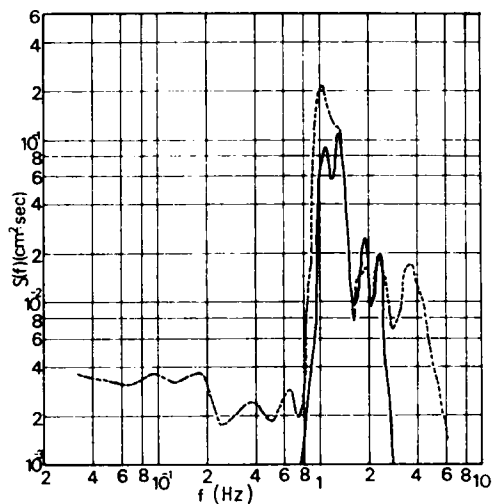


図-2.21 1.25~5.0 Hz の入力信号による造波板の変位と水面変動のスペクトル (振幅調整器の出力を 1/2 にした場合)

示したもので、図-2.18および図-2.19は0.2~1.0 Hzまた、図-2.20、2.21は1.25~5.0 Hzの周波数帯のバンドパスフィルターを用いて行った結果である。図-2.18および図-2.19は、ピストン型造波板を用いて行った実験結果であるが、1.0 Hz付近では造波板の変位スペクトルと発生波のスペクトルとがほぼ一致しているが、低周波になるにつれて、両者の差が次第に大きくなってゆく。また、図-2.20および図-2.21はフラッター型造波板を用いて行った実験結果である。図から、1.5 Hz付近の周波数帯では造波板の変位スペクトルと発生波のスペクトルはほぼ一致しているが、2.5 Hz以上になると発生波のエネルギーが急激に低下していることがわかる。この図-2.18から図-2.21までの図で示した発生波の波高と造波板の変位との関係について検討したものが図-2.22である。図中の2本の曲線はBiesel-Suquet¹³⁾がピストン型およびフラ

ッター型の規則波の造波機の造波特性として与えた関係式であり、それぞれ次式で示される。

ピストン型：

$$\frac{H}{2R} = \frac{2 \sinh^2 kh}{\sinh kh \cosh kh + kh}$$

(2.4)

フラッター型：

$$\frac{H}{2R} = \frac{2 \sinh kh}{kh} \frac{1 - \cosh kh + kh \sinh kh}{\sinh kh \cosh kh + kh} \quad (2.5)$$

ここに R は造波板の振幅、 h は水深であり、 H および k は発生波の波高および波数 ($= 2\pi/L$, L : 波長) である。図中の○印が図-2.18および図-2.20をもとに次式で計算した不規則波の造波特性である。

$$\left(\frac{H}{2R} \right)_{\text{random}} = \sqrt{\frac{S(f)_{\text{wave}}}{S(f)_{\text{displace}}}} \quad (2.6)$$

図中には●印および○印でそれぞれピストン型および、フラッター型の造波板を用いて行った規則波の実験結果もあわせて示したが、いずれの値も成分波の周期 T が 0.5 sec より大きな領域では、Biesel-Suquetの理論曲線と比較して幾分小さ目であるが、ほぼ対応していることがわかる。しかし $T < 0.5$ sec の領域では各点とも T の減少にともない $H/2R$ の値が急激に低下していることがわかる。これは次の理由によるものと考えられる。すなわち、この付近の周期の波の波速は周期にほぼ比例して小さくなってゆくのに対して、前にも述べたように、造波板が限界に近いほぼ 60 cm/sec 程度で駆動されている。このため、造波板付近の水粒子速度が波速より大きくなり、砕波してしまうためであろう。規則波の発生にあたり、これを避けるためには次のようにすればよい。すなわち、微小振幅波理論によれば、静水面における規則波

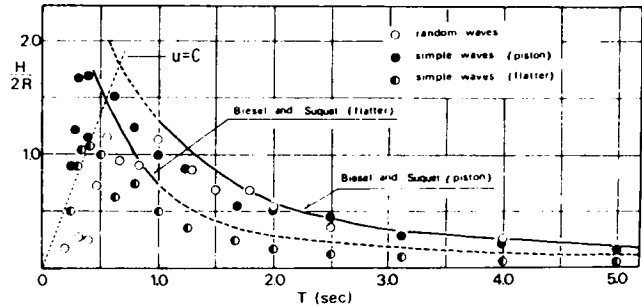


図-2.22 規則波および不規則波の造波特性

の水平水粒子速度 u は次のように表わされる。

$$u = \frac{\pi H}{T} \coth kh \sin(kh - \sigma t) \quad (2.7)$$

ここに $\sigma = 2\pi/T$ である。一方、周期 T の波の波速 C は

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh kh \quad (2.8)$$

のように与えられる。いま、水平方向の水粒子速度の最大値 u_{max} と波速 C が等しくなった時砕波がおこる¹⁴⁾と仮定すれば、式(2.7)、(2.8)より次のような発生波の最大波高に関する条件が得られる。

$$H \leq \frac{gT^2}{2\pi^2} \tanh^2 kh \quad (2.9)$$

したがって、各周期における発生波の波高を式(2.9)より小さくすればよい。図-2.22にこの関係を点線で示しておいた。この場合造波板の振幅 R には前にも説明した各周波数での可能最大振幅

$$R = \frac{60T}{2\pi} \quad (2.10)$$

を用いた。図から、実験値がかなりばらついているため、点線との対応は必ずしも良好でないが、定性的な特性はほぼ一致しているといつてよい。しかし、それより周期の長い部分での実験結果とBiesel-Suquetの理論曲線との対応は良好であり、造波板の運動と、それによる波の発生過程はほぼ線型とみなし得ることがわかる。

2.2 期待スペクトルの再現性

(1) 不規則波発生機の制御

前にも述べたように、アナログ方式では、不規則波発生機制御のための不規則信号は、バンドパスフィルターを組み合わせて発生させるのが普通である。したがって、任意のスペクトル形状をシミュレートする場合、次のような手順に従って不規則信号を作成する。

- 1) 期待スペクトルの形状の決定。
- 2) 水深ならびにスペクトルのピーク周波数の決定。
- 3) 各バンドパスフィルターの中心周波数における期待スペクトルのエネルギー密度の計算。
- 4) 造波機の応答特性および造波特性を考慮し、3)で決定したエネルギー密度をもとにして、各バンドパスフィルターの出力ゲインを決定する。

以下、各段階を具体的に説明する。

- 1) ここで期待スペクトルとしては、外洋で十分発達した風波のスペクトルとして比較的よく用いら

れている Pierson-Moskowitz スペクトルと、他の 1 つの例として Neumann スペクトルを選んだ。一般に、Pierson-Moskowitz スペクトルは次式のように表わされる。

$$S(f) = c_1 f^{-5} \exp(-c_2 f^{-4}) \quad (2.11)$$

ここに c_1 , c_2 は気象条件から決定される定数である。式 (2.11) をスペクトルのピーク周波数 f_p ならびにピークのスペクトル密度 $S(f_p)$ を用いて書きかえると、

$$S(F) = S(f_p) F^{-5} \exp\left\{\frac{5}{4}(1-F^{-4})\right\} \quad (2.12)$$

のようになる。ここに $F = f/f_p$ である。また、Neumann スペクトルは、

$$S(f) = c'_1 f^{-6} \exp(-c'_2 f^{-2}) \quad (2.13)$$

のように表現されるので、前と同様 f_p , $S(f_p)$ を用いて書きかえると、

$$S(F) = S(f_p) F^{-6} \exp\{3(1-F^{-2})\} \quad (2.14)$$

と正規化することができる。式 (2.12) および式 (2.14) で示されるスペクトル形をシミュレートするためには、 f_p ならびに $S(f_p)$ を与えた上でシミュレートすればよいわけであるが、ここでは $S(f_p)$ に対しては特に具体的な値を設定せず、スペクトル形状のシミュレートを目指した。

2) 実験水深は 40 cm と一定に保った。ピーク周波数 f_p は両スペクトルとも 0.2 Hz とした。これは、 f_p を大きくとれば、スペクトルの高周波側の裾で、図-2.15 に示した造波板の作動限界の制約を受けるようになるためであり、 $f_p = 0.2$ Hz 程度であれば、スペクトルの主要部では、入力信号に対する造波板の応答特性が一様な部分を用いることになり、特別な配慮を必要としない。

3) 図-2.23 はここで用いたバンドパスフィルターの周波数特性を示したものである。このフィルターは、両側の通減勾配が 80 dB/oct というきわめて高い遮断特性を持っている。また、有効周波数帯（-3 dB まで）は中心周波数に対して $\pm 12.5\%$ であるから、このフィルターの特性を図中に点線で示したように、理想的な遮断特性を持つと見なして、それほど大きな誤差はない。したがって、図-2.7 のように、中心周波数を並べると、各フィルターの出力は 0.2 Hz から 5.0 Hz まで切れ目なく、平坦な周波数特性を持つと考えられる。このため期待スペクトルのシミュレーションは各フィルターの有効周波数幅を問題とすることなく、期待スペクトルを 1/3 oct ごとに分割し、中心周波数の位置での期待スペクトルのエネルギー密度を計算すれば、各フィルターの出力ゲインが簡単に求められる。

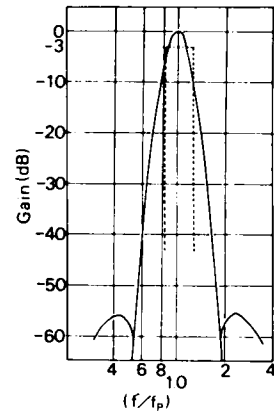


図-2.23 バンドパスフィルターの周波数特性

4) すでに不規則波発生機の動特性の検討の部分でも述べたように、不規則波においてもその造波特性は Biesel-Suquet の理論が適用できる。ここでは水深を 40 cm としたため、再度造波特性を検討した。図-2.24 はその結果を示したものであるが、水深 30 cm の場合と同様、

実験値は、理論曲線に比して幾分小さ目の値を示しているが傾向はほぼ一致している。このため、式(2.4)あるいは式(2.5)で示した関係を造波機の周波数特性と考えると差支えない。ここでは式(2.12)および式(2.14)のスペクトルの平方根に式(2.4)あるいは式(2.5)の逆数をかけあわせ、各バンドパスフィルターの中心周波数の位置での値を計算し、それぞれの比をもとにフィルターの出力ゲインを調整した。

(2) 実験方法および解析方法

実験に用いた水槽は2.1で用いた水槽と同じである。この水槽の造波板より6 mの水槽中央に波高計を設置し水位変動を測定した。また、この水位変動の記録の他に主信号調整器および変位計からの出力信号をデータレコーダーに収録した。実験は1ケースあたり約10分間行い、磁気テープに収録した記録は $\Delta t = 0.08 \text{ sec}$ 間隔でA-D変換して後の解析に用いた。なお、スペクトル解析はBlackman-Tukeyの方法により、データ数3,000、自由度40で計算した。

(3) 実験結果および考察

図-2.25、2.26はそれぞれPierson-MoskowitzおよびNeumann スペクトルのシミュレーションにおける主信号調整器および変位計の出力信号を比較したものであり、図中の実線が主信号調整器、○印が変

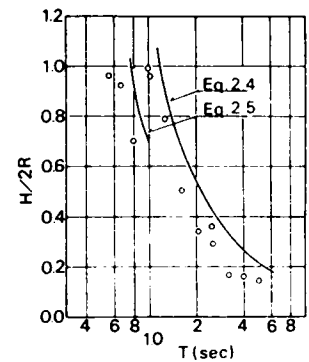


図-2.24 不規則波発生機の造波特性

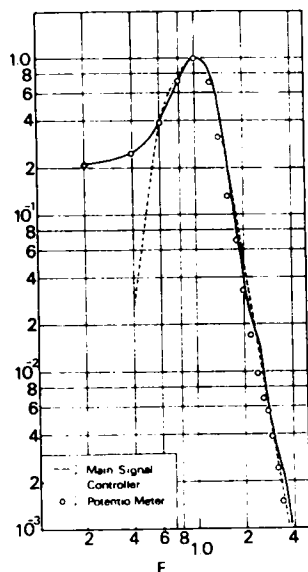


図-2.25 主信号調整器およびポテンショメーターよりの出力信号のスペクトル(Pierson-Moskowitz)

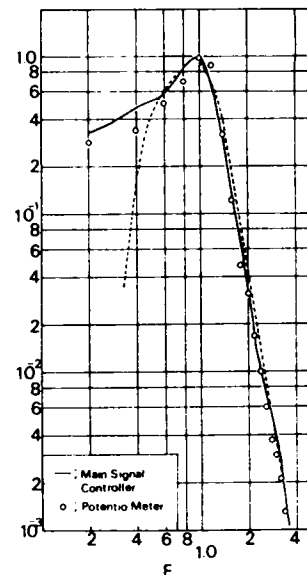


図-2.26 主信号調整器およびポテンショメーターよりの出力信号のスペクトル(Neumann)

位計からの出力信号のスペクトルである。図から両者のスペクトルは非常に良く一致している。また、写真-2.6 および写真-2.7 はともに、主信号調整器と変位計の信号を比較したオシロ写真である。両写

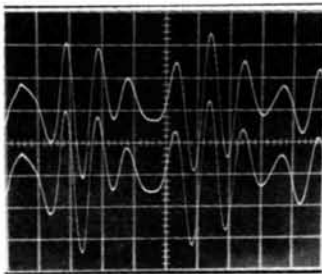


写真-2.6 主信号調整器と変位計の信号の比較

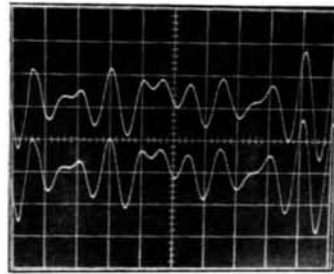


写真-2.7 主信号調整器と変位計の信号の比較

真とも両者の波形・位相が非常に良く一致していることを示している。以上のことから、主信号調整器からの出力信号に対して、造波板が非常に忠実に運動していることがわかる。しかし、図-2.25、2.26 両図で若干問題となるのは、 $F = 1.0$ より低周波側でのエネルギーの低下が図中に破線で示した設計駆動スペクトルに比してかなりゆるやかになっている点である。これは $f_c = 0.2$ Hz のバンドパスフィルターの低周波側の遮断特性が設計よりゆるやかな減衰勾配をもつためである。この付近の周波数帯は DC に非常に近いため、その遮断には困難が伴なう。図-2.27、2.28 はそれぞれ図-2.25、2.26 で示したスペクトルに対応する発生波のスペクトルである。図中には (2.12)、(2.14) 式で示した期待スペクトルを破

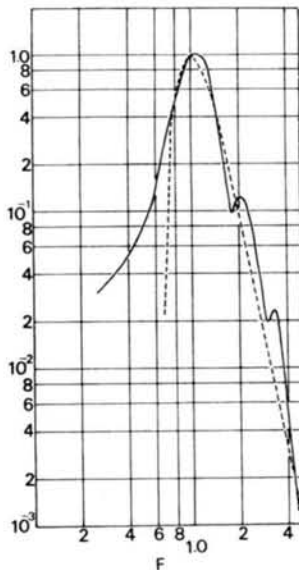


図-2.27 Pierson-Moskowitz スペクトル

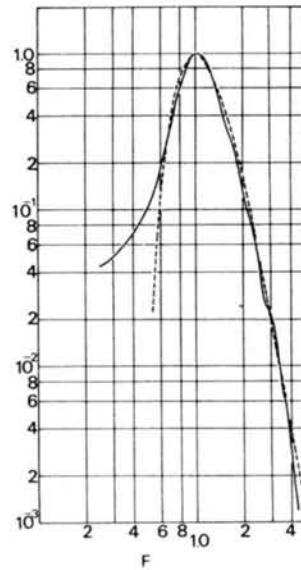


図-2.28 Neumann スペクトル

線で示し、水面変動のスペクトル（実線）と比較してある。図からわかるように、かなり精度よく期待スペクトルをシミュレートすることができている。図- 2. 25, 2. 26 で示した低周波側での不一致もさほど顕著でなくなっている。ただ、図- 2. 27 の高周波側で $F = 2.0$, および 3.0 付近で小さなピークが見られる。これは、 $f_c = 0.4 \text{ Hz}$ および 0.63 Hz のバンドパスフィルターの出力がわずかに大きかったためと考えられる。図- 2. 28 のシミュレーションにおいては、バンドパスフィルターの出力の不整によるスペクトルの凹凸を防ぐためシミュレーション実験を2度行い、2回目の実験では1回目の結果をもとに、バンドパスフィルターの出力ゲインを若干補正して行った。その結果、図- 2. 27 に見られる高周波側の凹凸も消え、期待スペクトルとの対応は非常に良好になった。

つぎに、発生波の確率特性について検討する。CartwrightとLonguet-Higgins¹⁵⁾ は不規則波の水位の頻度分布が正規分布に従う時には、水面変動の極大値の確率分布は次式に従うことを示した。

$$P(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \epsilon \exp\left[-\frac{\zeta^2}{2\epsilon^2}\right] + (1 - \epsilon^2)^{1/2} \zeta \exp\left[-\frac{\zeta^2}{2}\right] \int_{-\infty}^{\zeta(1-\epsilon^2)^{1/2}/\epsilon} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \right\} \quad (2.15)$$

$$\text{ここに、} \epsilon^2 = (m_0 m_4 - m_2^2) / m_0 m_4 \quad (2.16)$$

$$m_n = \int_0^\infty S(f) f^n df \quad (2.17)$$

$$\zeta = \xi / m_0^{1/2} \quad (2.18)$$

であり、式(2.18)の ξ は極大水位の値であって、負の値も可能である。実験結果に対する式(2.15)の適合性を検討するため、 $\epsilon = 0.80$ として式(2.15)をもとに作成した確率紙に実験結果をプロットしたものが図- 2.29 である。式(2.12)および式(2.14)を式(2.16), (2.17)に代入して計算した ϵ の値はPierson-Moskowitz スペクトルで0.80, Neumann スペクトルで0.77であるので、もし、実験値が式(2.15)

に従うならば、実験値はほぼ直線上に並ぶはずである。図からわかるように、極大水位 ξ の値に負の領域で若干ひずみがみられる。この特性は、浅海における不規則波に共通に見られるものであり、波形の非線型性によるものであろう。

また、ゼロアップクロス法で定義した波はRayleigh分布に従うことが従来より経験的に知られているが、図- 2.30はこの点の検討を行ったもので、実験結果をRayleigh確率

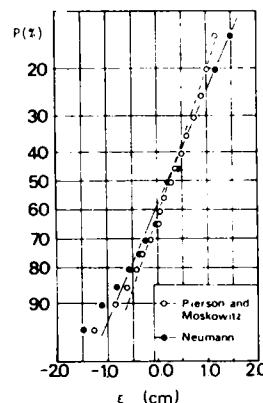


図- 2.29 極大水位の確率分布

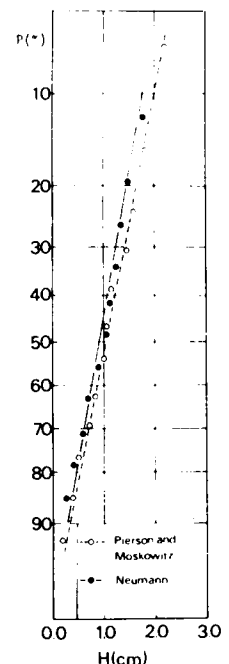


図- 2.30 波高の確率分布

紙にプロットしたものである。図から明らかなように、両ケースとも各点はほぼ直線上に並んでおり、波高の確率分布はRayleigh分布に従っていることがわかる。

第3節 デジタル方式による不規則波浪のシミュレーション

3.1 数値フィルタとその特性

前にも述べたようにデジタル方式による不規則波浪のシミュレーションは、主としてデジタル計算機を用いて行う方法である。この方法においては、波形の不規則性は計算機の基本外部関数である乱数ルーチンを用いて導入するのが普通である。この乱数列に対し、数値フィルタを用いた荷重移動平均操作をほどこして不規則波形を求め、さらにD-A変換して、この信号で造波板を駆動させようとするものである。

この方法における最大の問題点は、上で述べた乱数列に作用させる荷重関数となる数値フィルタをどのようにして求めるかという点にある。この関数が満たすべき要件は、入力である乱数列を、そのスペクトルが期待スペクトルに等しい不規則波形に変換することにあるが、これを模式的に示したものが図-2.31である。いま、Gで示した線型回路のインパルス応答関数を $h(\tau)$ とすれば、回路の入力および出力の間には次式の関係がある。

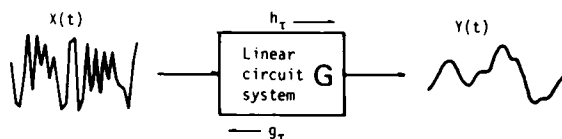


図-2.31 線型回路

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (2.19)$$

ここに $h(\tau)$ は

$$h(\tau) = \begin{cases} h(\tau) & \tau \geq 0 \\ 0 & \tau < 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

であり、これから式(2.19)の積分範囲を次のように変えることができる。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (2.21)$$

ここで $y(t)$ のパワースペクトル $S_y(f)$ を計算すると、

$$S_y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.22)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) e^{i2\pi f\sigma} d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\mu) e^{-i2\pi f\mu} d\mu \quad (2.23)$$

のようになる。ただし、 $R_x(\tau)$ 、 $R_y(\mu)$ はそれぞれ入力 $x(t)$ および出力 $y(t)$ の自己相関関数である。また、 $h(\tau)$ をフーリエ変換することにより、線型回路の周波数応答関数 $H(f)$ が得られる。

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.24)$$

したがって、 $x(t)$ のパワースペクトルを $S_x(f)$ とすれば周波数空間上での入出力の関係が次のように求められる。

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f) \quad (2.25)$$

いま入力として用いた乱数はホワイトノイズとほぼ同じ周波数特性を持つと考えられるので、最終的に次式が求められる。

$$S_y(f) = C |H(f)|^2 \quad (2.26)$$

$S_y(f)$ は期待スペクトルとしてあらかじめ与えられているので、 $h(\tau)$ の決定はつぎのような手順に従って計算する。

$S_y(f)$ をまず互に共役な周波数応答関数 $H(f)$ と $H^*(f)$ に分解する。つぎに $H(f)$ をラプラス逆変換すれば、求める $h(\tau)$ が得られる。しかし、この2つの手順は、非常に難解かつ複雑であり、Neumann スペクトルを近似的にシミュレートした日野の研究¹⁶⁾もあるが、一般的でなく、その後 $h(\tau)$ の計算にこの方法が採られたことはあまりないようである。そこで、最近では次のような仮定をおいた簡便法がよく用いられている。すなわち、1) $H(f)$ は実数、あるいは純虚数である。2) $h(\tau)$ は $\tau < 0$ の領域でも値をもつ。この2つの仮定により、(2.26)、(2.24) の両式からもわかるように $C=1$ とし、 $\sqrt{S_y(f)}$ をフーリエ変換したものが $h(\tau)$ となる¹⁷⁾。この方法は非常に簡単な方法ではあるが、式(2.20)の因果律の制約を取り払ったため、後に示すように、シミュレーション結果の精度を落すことになっている。

この他応答関数によらないシミュレーション法として、Borgman¹⁸⁾、合田¹⁹⁾による合成波法も行われたが、不規則波形がある時間間隔で再現すること、三角関数の計算にかなり時間を要する等の欠点を持つ。このように、従来行われてきたデジタル方式によるシミュレーションはそれぞれ、一長一短がある。そこで、ここでは新たに、従来の方法に比して算定が容易で、かつ良好な特性をもつ $h(\tau)$ の計算法を提案する。

(1) 応答関数

前にも述べたように、期待スペクトルをシミュレートする最適応答関数を決定する問題は、図-2.31に示すような入力 $x(t)$ に対し所定の出力 $y(t)$ を与える最適回路を設計する問題に帰着することができる。この回路の正の向きのインパルス応答関数を $h(\tau)$ とすれば入出力の間に式(2.19)の関係が存在することは前に示した。つぎにこの回路の負の向きのインパルス応答関数を $g(\tau)$ とすれば、入力 $y(t)$ に対する出力 $x(t)$ は、式(2.19)と同様に次式で表わされる。

$$x(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) y(t - \tau) d\tau \quad (2.27)$$

式(2.19)および(2.27)を計算の都合上デジタル化すると、

$$y_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} x_{t-\tau} \quad (2.28)$$

$$x_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} g_{\tau} y_{t-\tau} \quad (2.29)$$

となる。ここに $x_t, y_t, h_{\tau}, g_{\tau}, x_{t-\tau}, y_{t-\tau}$ はそれぞれ $x(t), y(t), h(\tau), g(\tau), x(t-\tau), y(t-\tau)$ を $d\tau$ 間隔でデジタル化した値である。いま、式(2.29)を式(2.28)に代入すると、

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} \sum_{n=0}^{\infty} g_n y_{t-n-\tau} = \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{\tau} \sum_{n=-\infty}^{t-\tau} g_{t-n-\tau} y_n \\ &= \sum_{n=-\infty}^t y_n \sum_{\tau=0}^{t-n} g_{t-n-\tau} h_{\tau} \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる。

式(2.30)において両辺が恒等的に等しくなるためには、

$$\sum_{\tau=0}^t g_{t-\tau} h_{\tau} = \delta_t \quad (t = 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2.31)$$

であればよい。ただし式(2.31)の右辺の δ_t は

$$\delta_t = 1 \quad (t = 0), \quad \delta_t = 0 \quad (t \neq 0) \quad (2.32)$$

である。式(2.31)から図-2.31に示した回路の正および負の向きのインパルス応答関数相互の関係が明らかになった。したがって、いずれか一方がわかれば、自動的に他方も決定できることがわかる。

いま、不規則入力として、次式で示す特性をもつホワイトノイズを用いる。

$$E[x_t] = 0 \quad E[x_t x_{t-\tau}] = \delta_{\tau} \quad (2.33)$$

ここで $E[\quad]$ は時間に関する平均操作を示す。

いま仮に、式(2.28)の h_{τ} が明らかになったものとして計算を進めると、式(2.31)より g_{τ} を計算することができる。ここで式(2.30)で用いたのと同じ手法に従い、不規則入力 x_t を式(2.28)に代入して y_t を計算する。この y_t をさらに式(2.29)に代入して得た値を x'_t とする。本来ならば、この x_t と x'_t とは等しくなるはずのものであるが、現実の計算に際して、(2.28), (2.29), (2.31)の各式の和の上限は無限に大きな値をとることは不可能である。したがって、ここでは十分大きな数 N をもってその上限とする。しかし十分大きいとはいえ有限な値 N をもって和の上限としたことにより、 x_t, x'_t は等しくならず、微小であっても必ず誤差が生じていると考えられる。したがって、ここでは $(x_t - x'_t)$ の2乗平均を最小にすることを考え、これを満たすような h_{τ}, g_{τ} を求めることにする。いま $(x_t - x'_t)$ の2乗平均を D^2 とすると、

$$D^2 = E[(x_t - x'_t)^2] = E[x_t^2] - 2E[x_t x'_t] + E[x_t'^2] \quad (2.34)$$

式(2.34)は式(2.28), 式(2.29)ならびに式(2.33)を用いて次のように展開することができる。

$$\begin{aligned} D^2 &= 1 - 2 \sum_{\tau=0}^N g_{\tau} E[x_t y_{t-\tau}] + \sum_{\tau=0}^N \sum_{n=0}^N g_{\tau} g_n r_{\tau-n} \\ &= 1 - 2 h_0 g_0 + \sum_{\tau=0}^N \sum_{n=0}^N g_{\tau} g_n r_{\tau-n} \end{aligned} \quad (2.35)$$

ここに r は出力 y_t の自己相関関数であり, ここではすでに明らかになっているものとする。いま式(2.35)の D^2 を最小にする g_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$) を求めるため g_n に関して微分して 0 とおけば,

$$\sum_{\tau=0}^N g_{\tau} r_{\tau-n} = h_0 \delta_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (2.36)$$

となる。また, 自己相関関数が偶関数であることを利用して式(2.36)を展開し, 行列表示すると,

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_N \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{N-1} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{N-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_N & r_{N-1} & r_{N-2} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

式(2.37)において未知数 h_0 が明らかであれば g_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$) は一意的に解き得る。ここでは次式に示すように式(2.37)から次数を 1 つ下げ, g_n ($n = 1, 2, \dots, N$) の g_0 に対する相対的な値を求める。

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{N-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{N-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{N-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & r_{N-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1/g_0 \\ g_2/g_0 \\ g_3/g_0 \\ \dots \\ g_N/g_0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_N \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

いま式(2.38)の解を g'_n ($n = 1, 2, \dots, N$) とする。ここで式(2.36)の $n = 0$ の場合を示すと,

$$g_0 r_0 + g_1 r_1 + g_2 r_2 + \dots + g_N r_N = h_0 \quad (2.39)$$

となり, したがって g_0 で割って次のように変形できる。

$$r_0 + g'_1 r_1 + g'_2 r_2 + \dots + g'_N r_N = h_0 / g_0 \quad (2.40)$$

式(2.40)の左辺は式(2.38)の結果をもとにして決定できるので, この値を q とすれば g_n の一般項は次式で示すことができる。

$$g_n = \frac{h_0}{q} g'_n \quad (2.41)$$

式(2.41)で得た g_n を式(2.35)に代入し、式(2.36)を考慮して計算すると、結局2乗平均誤差 D^2 は

$$D^2 = 1 - \frac{h_0^2}{q} \quad (2.42)$$

で与えられる。 q の値が正であれば $h_0^2 = q$ の時 D^2 は最小値0を取る。最終的に式(2.29)における応答関数は、

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{q}}, \quad g_n = \frac{g'_n}{\sqrt{q}} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.43)$$

として与えられる。つぎに、これらの値を式(2.31)に代入することにより、 h_n ($n = 0, 1, 2, \dots, N$)の値を順次決定することができる。もし、式(2.42)において $q \leq 0$ であれば D^2 を最小にする h_0 は0であり、式(2.41)に $h_0 = 0$ を代入すれば、

$$g_0 = g_1 = g_2 = \dots = g_N = 0 \quad (2.44)$$

の解を得ることになり現実的に無意味である。

つぎに、この方法で求めた h_τ が Wiener-Hopf の積分方程式を満足することを示す。次式で示すこの方程式は最適応答関数 h_σ 、 $[h(\sigma)]$ が満たすべき必要十分条件である。

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^\infty h(\sigma) \cdot R_x(\tau - \sigma) d\sigma \quad (2.45)$$

ここに $R_{xy}(\tau)$ は $x(t)$ および $y(t)$ の相互相関関数である。式(2.45)をディジタル量に対して書きかえると、

$$E[x_{t-\tau} y_t] = \sum_{\sigma=0}^N h_\sigma E[x_{t-\tau} x_{t-\sigma}] \quad (2.46)$$

のようになる。この式の左辺に式(2.28)を代入すると、

$$E[x_{t-\tau} \sum_{s=0}^N h_s x_{t-s}] = \sum_{s=0}^N h_s E[x_{t-\tau} x_{t-s}] \quad (2.47)$$

となり両辺が等しくなることがわかる。これから h_σ ($\sigma = 0, 1, 2, \dots, N$) は Wiener-Hopf の積分方程式を満たすことがわかる。

(2) 数値シミュレーション

ここでは、(1)で求めた応答関数 h_τ の特性を検討するため、数値シミュレーションを行う。また同時に従来の方法との精度を検討するためフーリエフィルタ法による数値シミュレーションもあわせて行い、結果を比較する。フーリエフィルタによるシミュレーションは一般に次式による。

$$y_t = \sum_{i=-N/2}^{N/2} a_i x_{t-i} \quad (2.48)$$

ここで a_i ($i = -N/2, \dots, 0, \dots, N/2$) がフーリエフィルタであり, sine フィルタと cosine フィルタの 2 種類がある。ここでは経験からより良好な結果を与える sine フィルタを用いた。

一般に不規則波浪のスペクトル形は次式で与えられることが多い。

$$S(f) = c_1 f^{-m} \exp(c_2 f^{-n}) \quad (2.49)$$

ここで c_1 , c_2 , m および n は波の状況に応じて決まる定数である。式 (2.12), (2.14) と同様に一般性を持たせるため, スペクトルのピーク周波数 f_p ならびにピークのスペクトル値 $S(f_p)$ を用いて式 (2.49) を正規化すると,

$$S(f) = S(f_p) (f/f_p)^{-m} \exp\left\{\frac{m}{n}\left[1 - (f/f_p)^{-n}\right]\right\} \quad (2.50)$$

となる。

表-2.3 はここで行った数値シミュレーション実験の実験条件を示したものである。まず表に示した値

表-2.3 数値シミュレーションの実験条件

Case No.	f_p (Hz)	$S(f_p)$	m	n	N
I - a	0.6	1.0	4	4	128
I - b	0.6	1.0	5	4	128
I - c	0.6	1.0	6	4	128
I - d	0.6	1.0	7	4	128
II - a	0.4	1.0	5	4	128
II - b	0.6	1.0	5	4	128
II - c	0.8	1.0	5	4	128
II - d	1.0	1.0	5	4	128
III - a	0.8	1.0	5	4	64
III - b	1.0	1.0	5	4	64
IV	$f_{p_1} = 0.3$	1.0	10	2	128
	$f_{p_2} = 1.0$	1.0	5	4	

を式 (2.50) に代入してスペクトル形を決め, Wiener-Khintchin の関係により各々の自己相関関数を算定する。つづいて (2.38), (2.40), (2.43) および (2.31) の各式を用いて応答関数 h_r を求めた。図-2.32 は II - a ~ d の各ケースの応答関数を示したものである。この応答関数は期待スペクトルとの間に次式で示す関係を満足しなければならない。

$$S_y(f) = \sum_{\tau=0}^N h_{\tau} e^{-i2\pi f\tau} \sum_{\sigma=0}^N h_{\sigma} e^{i2\pi f\sigma} \quad (2.51)$$

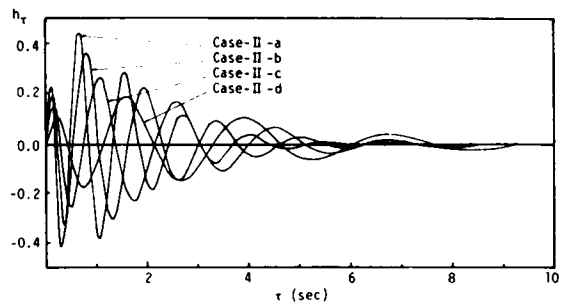


図-2.32 応答関数

図-2.33 の○印は上式に従い、ケースⅠ-
bの応答関数を式(2.51)に代入して計算し、
期待スペクトルと比較したものである。図か
ら明らかなように、両者はきわめて良く一致しており、上式の関係が十分
満足されていることがわかる。

前にも述べたように、この方式によるシミュレーションでは、不規則入
力として乱数を用いた。乱数は次式で示す混合型合同方式によるものであ
る。

$$x_{i+1} = ax_i + b \quad (\text{Mod } 2^{35} - 1) \\ (a = 2^8 + 1, \quad b = 12345678901, \quad x_0 = 12137516145) \quad (2.52)$$

この x_i をさらに平均値 0、分散 1 になるように正規化して用いた。図
-2.34 はこの一様乱数の一部を示したものである。また、図-2.35 は
図-2.34 の乱数に対し図-2.32 に Case-Ⅰ-b と示した応答関数を
作用させて得た不規則波形の一部である。

図-2.36 は前に述べた比較実験のために用いたフーリエフィルター
を示したもので、各フィルターは図-2.32 に示した Ⅰ-a ~ d の各ケースに対応するものである。

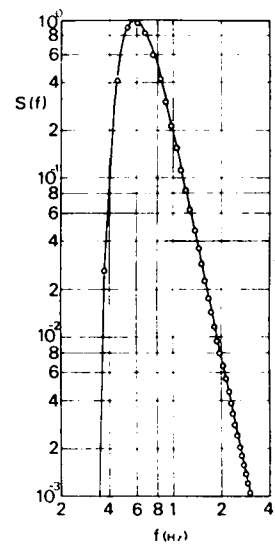


図-2.33 応答関数の
周波数特性

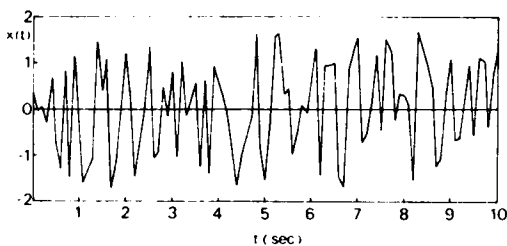


図-2.34 一様乱数

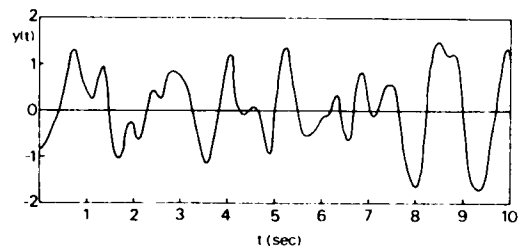
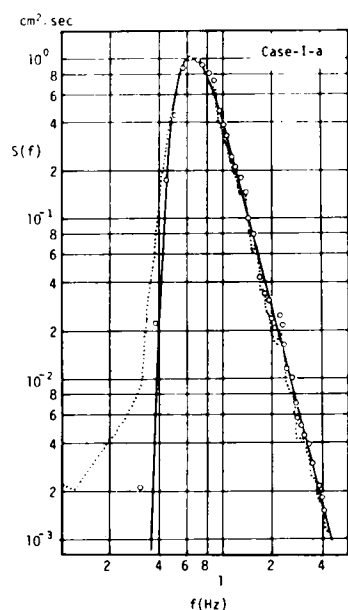


図-2.35 一様乱数をもとに計算した不規則波
形(ケースⅠ-b)

図- 2.37 (a)~(d), 図- 2.38 (a)~(d), 図- 2.39 (a), (b) はそれぞれ, 数値シミュレーションの結果をスペクトル解析したもので, 図中の実線が期待スペクトル, 点線がフーリエフィルターによるものであり, ○印が応答関数による結果を示す。各図からわかるように, いずれのケースについても応答関数を用いて計算の方がフーリエフィルターによるものより良好な結果を与えていることがわかる。特に図- 2.38



(a)

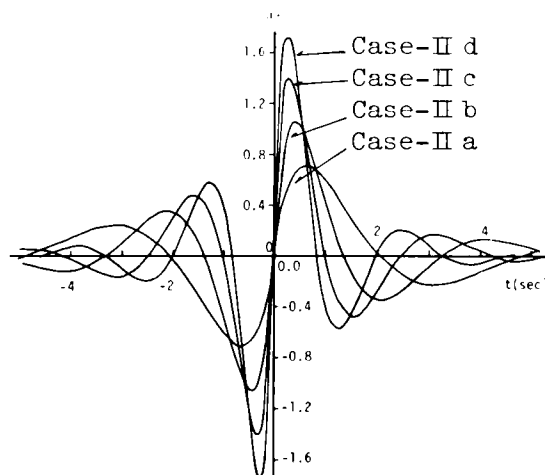
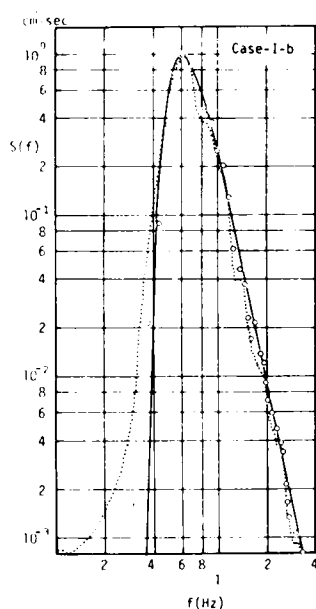
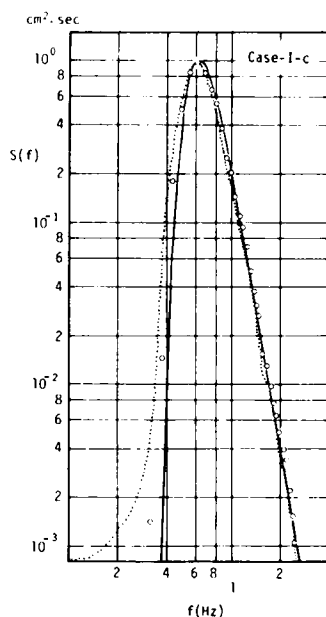


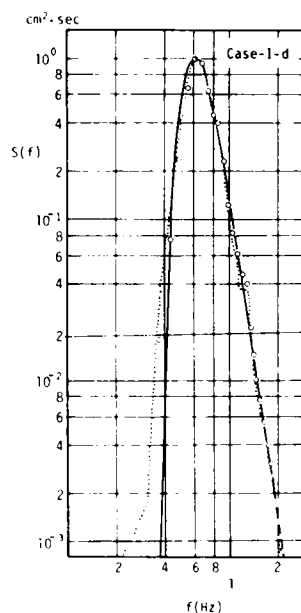
図- 2.36 フーリエフィルター



(b)

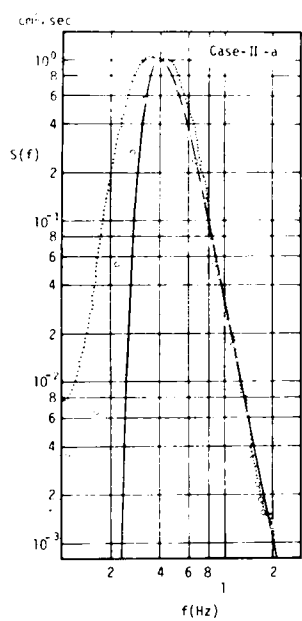


(c)

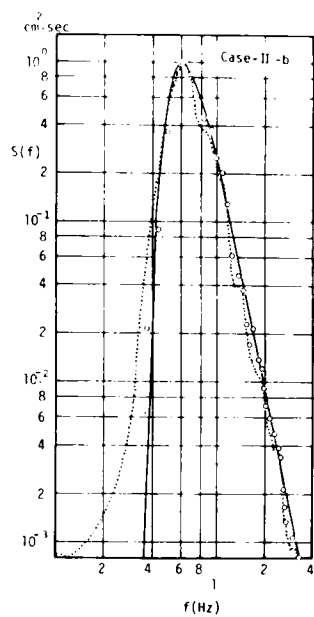


(d)

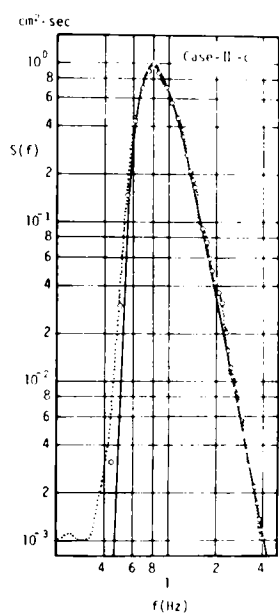
図- 2.37 数値シミュレーションによる期待スペクトルの再現性 (ケース I)



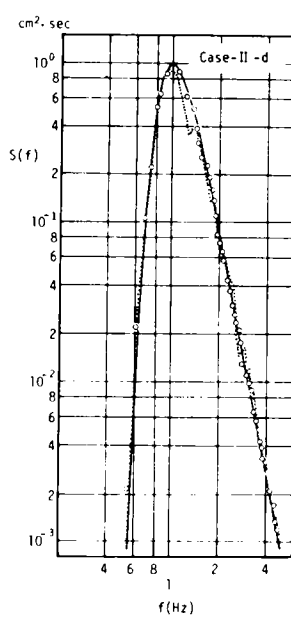
(a)



(b)

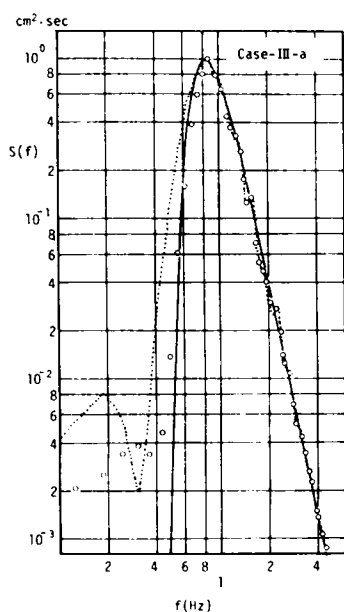


(c)

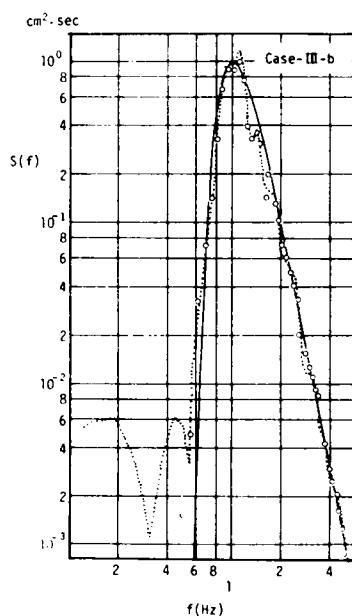


(d)

図- 2.38 数値シミュレーションによる期待スペクトルの再現性 (ケースⅡ)



(a)



(b)

図-2.39 数値シミュレーションによる期待スペクトルの再現性 (ケースⅢ)

(c), (d)と図-2.39 (a), (b)とを比較すると応答関数とフーリエフィルターの特性の差が明らかになる。すなわち、和の上限 N の値は図-2.38では128であり、図-2.39では64と半分になるにもかかわらず、図-2.39 (a), (b)の応答関数による結果と図-2.38 (c), (d)のフーリエフィルターによる結果がほぼ等しい。このことから応答関数法によれば、フーリエフィルターの約半分の計算時間でほぼ同じ精度が期待できることがわかる。

ここまでは、単一ピークのスペクトルシミュレーションを行ってきたが、現地波浪では、うねりと風波のかさなり合った双峰型のスペクトル形を持つものも観測される。一般に、複数のピークを持つスペクトルは次式で近似することができる²⁰⁾。

$$S(f) = \sum_{i=1}^p S_i(f_p) \left(f/f_p \right)^{m_i} \exp \left\{ \frac{m_i}{n_i} \left[1 - \left(f/f_p \right)^{n_i} \right] \right\} \quad (2.53)$$

図-2.40は表-2.3のケースⅣの条件で双峰型のスペクトルをシミュレートする応答関数であり、図-2.41は不規則波の数値シミュレーションの結果 (○印) を示したものである。図中の●印は図-2.40の応答関数を式(2.51)に従って解析した結果を期待スペクトル (実線) と比較したものである。図

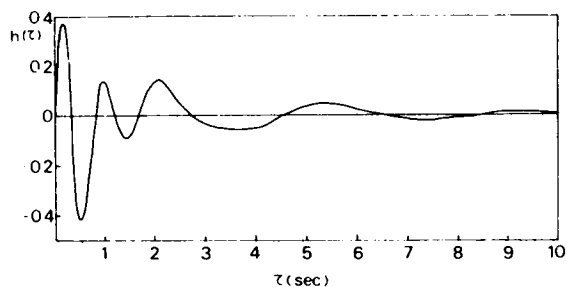


図-2.40 応答関数 (ケースⅣ)

から明らかなように、第1ピーク付近の実験値が期待スペクトルに比して幾分小さくなっている他は、3者はほぼ一致しており、良好な結果が得られた。

なお、表-2.3に示すように、この節における N の値は128もしくは64という値を用い、自己相関関数 r_n ($n=0, 1, 2, \dots, N$)の時間間隔はすべてのケースに対して0.05 secと一定にして計算を進めたが、実際の計算にあたっては N および $d\tau$ の値をそれぞれ次のように選べば良好な結果が得られるようである。すなわち、 $d\tau$ の値は、合田²¹⁾が数値シミュレーションを行う場合のデータの時間間隔として示した値の上限、

$$d\tau = \frac{0.05}{f_p} \quad (2.54)$$

程度が望ましい。また、 N は自己相関関数の静定時間を $d\tau$ で割れば求められる。具体的には、図-2.38(d)あたりの結果からわかるように $f_p = 1.0$ Hz程度であれば、 $d\tau = 0.05$ sec、 $N = 128$ 程度が良いようである。

3.2 不規則波浪のシミュレーションシステム

図-2.42はこの研究において作成した不規則波浪のシミュレーションならびにデータの解析システムのフローチャートである。

図より明らかなように、このシステムは2種類の情報により制御することが可能である。第1はパワースペクトルあるいは自己相関関数の理論式、第2は実測された現地波浪の水面変動の記録あるいはそれから計算した自己相関関数、パワースペクトルである。

フローチャートの流れに従って、このシステムの構成を略述する。まず、シミュレートしようとする現地波浪のパワースペクトルを室内での再現が可能な程度まで縮尺し、期待スペクトルを決定する。不規則波発生機を用いるため、この期待スペクトルは、造波特性を考慮していく分補正した後、Wiener-Khinchinの関係を用いて自己相関関数に変換する。その後は、数値シミュレーションの部分で示したものとまったく同様にして、乱数から造波板を駆動するための不規則波形が計算される。この結果は磁気テープ(写真-2.8)に書き出しておく。この間、特に応答関数の計算部分で式(2.38)からもわかるように、100～150次の正方行列を解くため、この部分までは主として大型計算機を用いて計算する。磁気テープに書き出した不規則波形は、D-A変換器(写真-2.9)を通じてアナログ信号に変換し、データレコーダーを用いて収録し、再生しながら不規則波発生機の外部入力端子(写真-2.10)より入力し、造波板を駆動させる。

図-2.42のフローチャートの右の部分は、システムへの入力として、現地観測により得た不規則波形

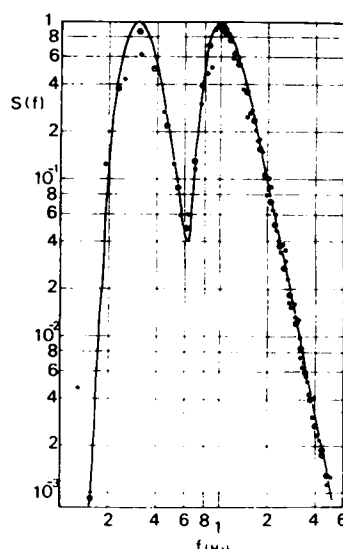


図-2.41 数値シミュレーションによる期待スペクトルの再現性(ケースⅣ)

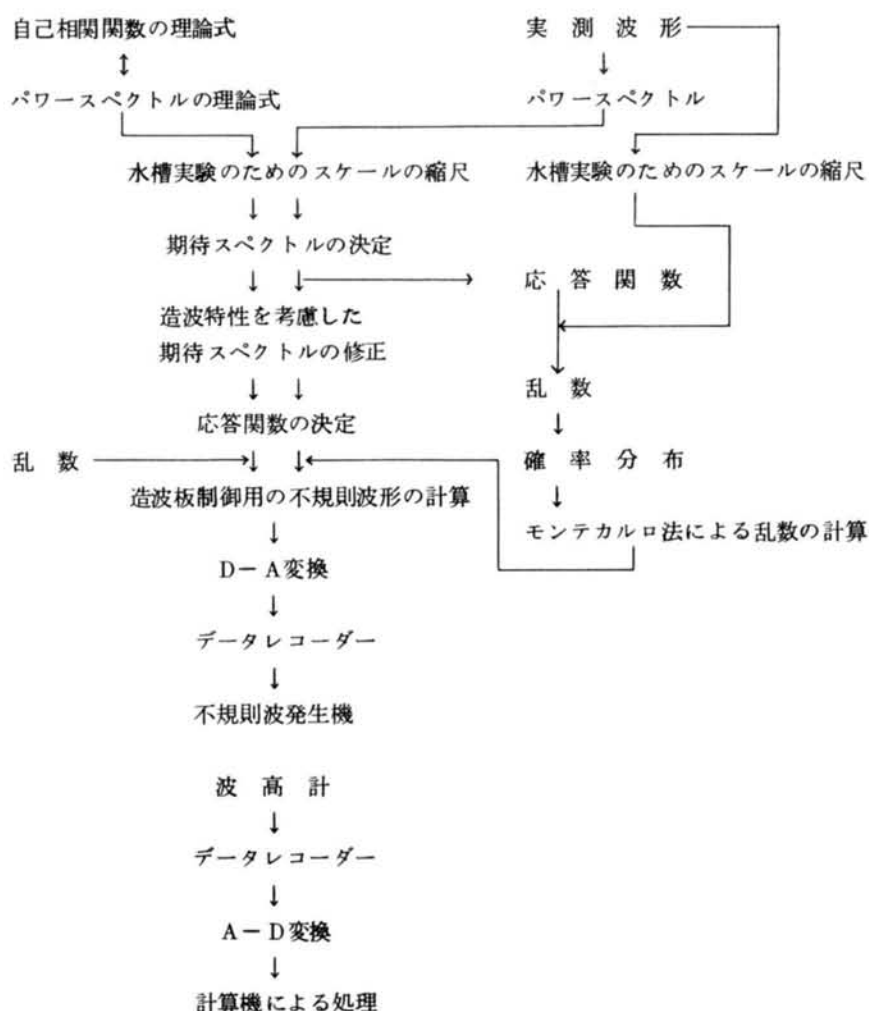


図-2.42 不規則波浪シミュレーションシステムのフローチャート



写真-2.8 磁気テープ装置



写真-2.9 A-D, D-A変換器

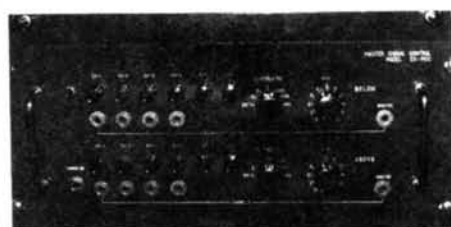


写真-2.10 外部入力端子

を採用する場合に用いる。前にも述べたように、デジタル方式では、波形に不規則性を導入するため、基本外部関数を用いて発生させた乱数を用いる。一方、この部分ではそのかわりに現地波浪から計算した乱数を用いて波形に不規則性を導入する。すなわち、第3節3.1で示した方法により応答関数を計算すれば、式(2.29)からもわかるように、不規則波形を乱数に変換する応答関数 g_T も同時に得られる。これを用いて現地波浪に作用させて乱数を計算し、その確率分布を検討する。その後モンテカルロ法を用いれば、長時間安定して同じ特性をもつ乱数を発生させることが可能である。この乱数を用いたシミュレーションでは、暗々のうちに現地波浪固有の不規則性を導入することになると思われる。

また、記録の処理については、図-2.42に示すように、波高計等を用いて測定した記録はデータレコーダーに収録し、A-D変換器(写真-2.9)を用いてデジタル化して磁気テープに格納し、後の解析に用いた。

3.3 実験によるシミュレーションシステムの特性の検討

(1) 期待スペクトル

シミュレーションシステムの構成の部分でも述べたように、このシステムは2種類の情報による制御が可能である。そこで、ここではスペクトルの理論式を入力データとして与えた。用いたスペクトル形は、Pierson-Moskowitz スペクトル、Neumann スペクトルならびにうねりと風波のかさなりあった双峰型のスペクトルの3種である。Pierson-Moskowitz スペクトルおよび Neumann スペクトルのシミュレーションは f_p および $S(f_p)$ の値を変化させて、それぞれ4ケースずつ実験を行った。表-2.4はこれらのス

表-2.4 実験条件

Case No	f_p (Hz)	$S(f_p)$ ($\text{cm}^2 \text{sec}$)	m	n
I-a	0.4	5.0	5	4
I-b	0.5	5.0	5	4
I-c	0.6	7.0	5	4
I-d	0.7	10.0	5	4
II-a	0.5	2.0	6	2
II-b	0.6	2.0	6	2
II-c	0.7	4.0	6	2
II-d	0.8	5.0	6	2
III	$f_{p_1} = 0.15$ $f_{p_2} = 0.60$	3.0 3.0	20 5	6 4

ペクトルの特性をまとめて示したものである。アナログ方式の部分でも述べたように、造波機を用いたシミュレーションでは、その周波数特性に見合う分だけ、あらかじめ期待スペクトルにひずみを与えておく必要がある。前にも示したように、不規則波発生機の造波特性は、規則波の場合と同様、Biesel-Suquetの理論がほぼ適用できる。したがって、ここでは、富永・橋本²²⁾の用いた方法とは異なり、あらかじめ期待スペクトルそのものを、Biesel-Suquetの理論に基づいてひずみを与えておく方法をとった。

$$S^*(f) = S(f) \cdot [F(f)]^2 \quad (2.55)$$

ここに $S(f)$ は表-2.4 に与えた期待スペクトルであり、 $F(f)$ は式(2.4)，(2.5) で示したピストンおよびフラッター型に対する造波特性の逆関数である。図-2.43 はこの $S(f)$ と $S^*(f)$ との関係を示す 1 例である。

具体的な計算は各ケースとも水深 40 cm で シミュレーションを行なうという条件で実行した。まず式(2.55) の $S^*(f)$ から Wiener-Khinchin の関係を用いて 0.05 sec 間隔でそれぞれの自己 相関関数を求めた。この自己相関関数を式(2.38) に代入し、和の上限を $N=127$ として Levinson²³⁾ の方法により高速行列演算を行い、式(2.43)，式(2.31) もあわせて h_τ ($\tau=0, 1, 2, \dots, N$) を決定した。この応答関数を用いて、各ケースとも不規則波形は、0.05 sec 間隔で 50,000 個のデータを計算した。これだけのデータがあれば約 40 分のシミュレーションが可能である。これらのデータは D-A 変換器を用いてアナログデータに変換し、ローパスフィルターを通じて 10 Hz 以上の高周波成分を除き、データレコーダーに記録して実験に用いた。

(2) 実験方法および解析方法

実験装置は前節と同じものであるが、波高計は、造波板から 10 m の水槽中央に設置した。実験に際しては、データレコーダーに記録してある不規則信号を、水槽の一端に設置された不規則波発生機の外部入力端子より入力し、造波板を駆動させた。この間、入力信号、造波板の変位信号をオシロスコープでモニターし、両者の位相、振幅にずれがないことを確認した。波高計により測定した水面変動は、図-2.42 のフローチャートに従い処理、解析した。

(3) 実験結果および考察

図-2.44 (a)~(d)，図-2.45 (a)~(d) および図-2.46 は各ケースの実験結果 (○印) を期待スペクトル (実線) と比較したものである。図から明らかなように、低周波域を除いて各ケースとも理論式と実験値は非常によく一致しており、良好な結果が得られたものと考えられる。ただ、図-2.46 に関しては、うねりに相当するピークの部分の再現性が良くない。これは、この周波数帯の波はピストン型の造波機で

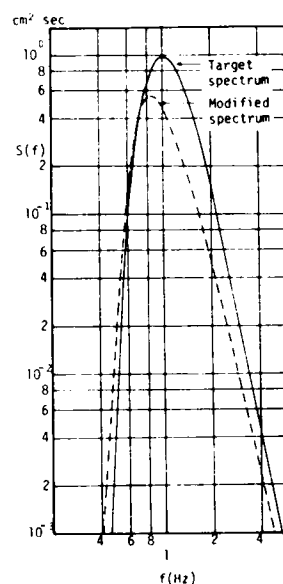
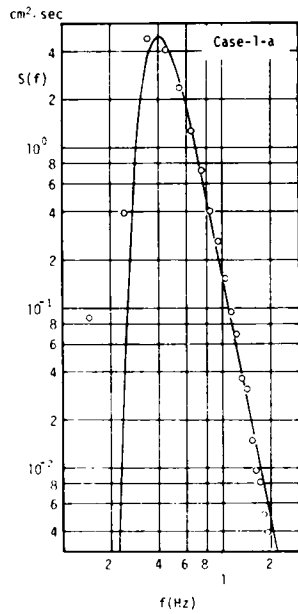
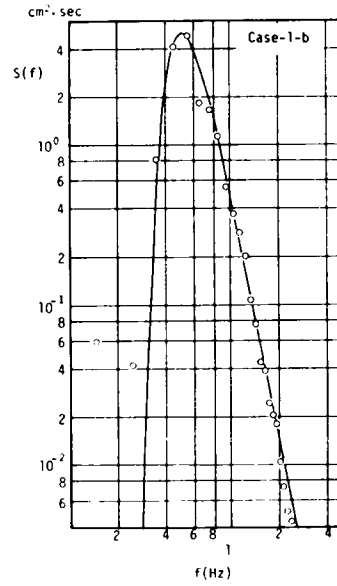


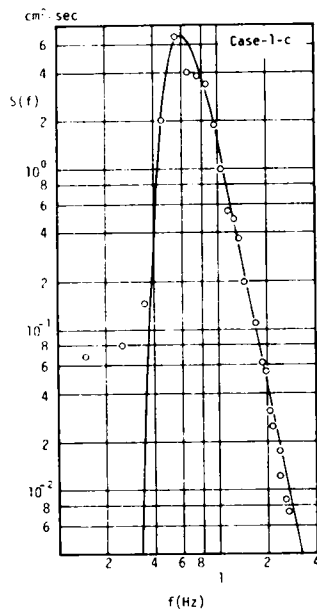
図-2.43 期待スペクトルと造波特性を考慮した修正スペクトル



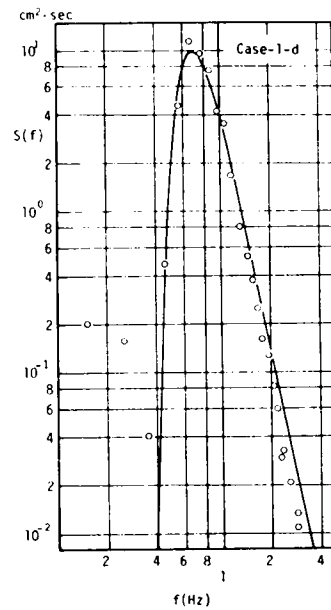
(a)



(b)

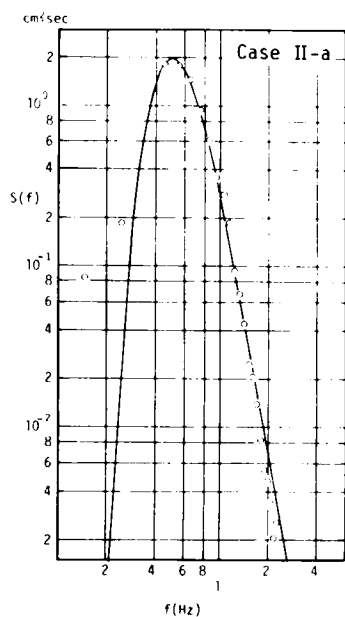


(c)

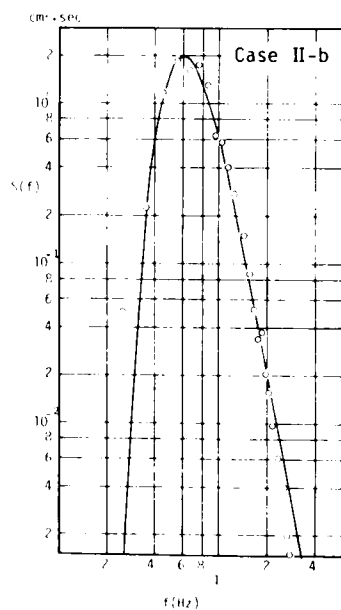


(d)

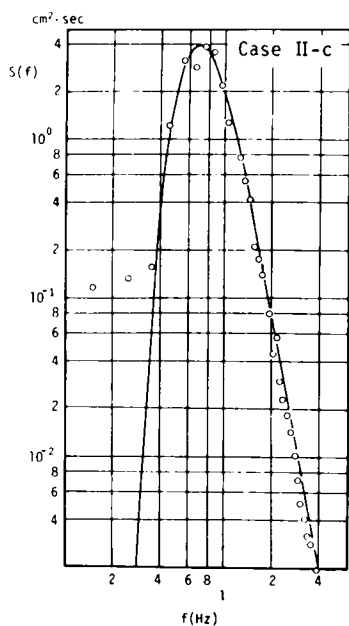
図-2.44 期待スペクトルと実験結果の比較(ケース1)



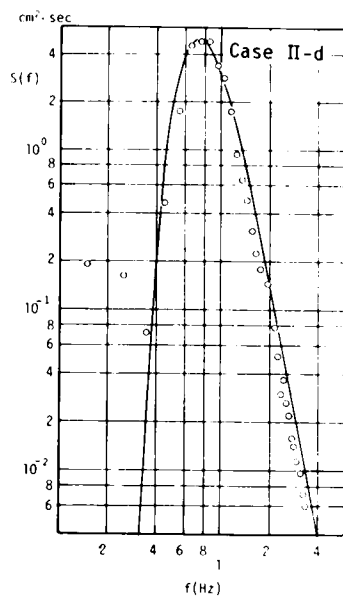
(a)



(b)



(c)



(d)

図- 2.45 期待スペクトルと実験結果の比較 (ケース II)

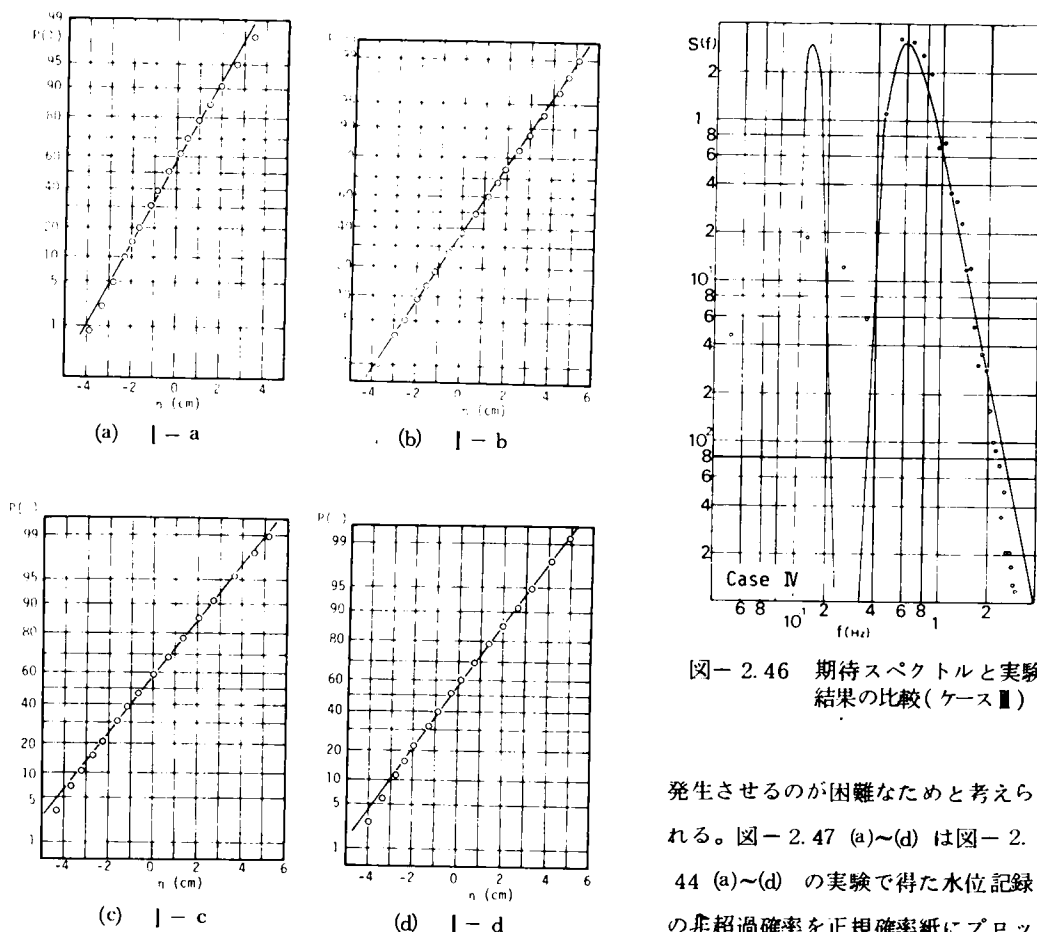


図-2.46 期待スペクトルと実験結果の比較(ケースⅢ)

図-2.47 水位の非超過確率

場合も水位はほぼ正規分布をしていることがわかる。つぎに図-2.48 (a)~(d) は図-2.45 (a)~(d) の各ケースについて、ゼロアップクロス法により決定した波高の非超過確率をRayleigh確率紙にプロットしたものである。図中の各点はほぼ完全に直線に載っており、Rayleigh分布によく従っていることがわかる。

第4節 結 語

この章では、アナログおよびデジタルの2つの方法により、現地波浪のシミュレーションに関する実験的研究を行った。この研究で得た主な結果を示すと、以下のようである。

第1節では、海岸・海洋構造物の設計、施工に際して現地波浪の持つ不規則性を考慮する必要のあることを指摘し、このためには定常的な観測による現地波浪の統計学的な特性を明らかにすること、不規則波を用いた実験的研究を行うことなどが必要であることを説明した。特に、第2の点を効果的なものとするためには、現地波浪のシミュレーションの手法を確立することが必要であり、このために従来試みられ

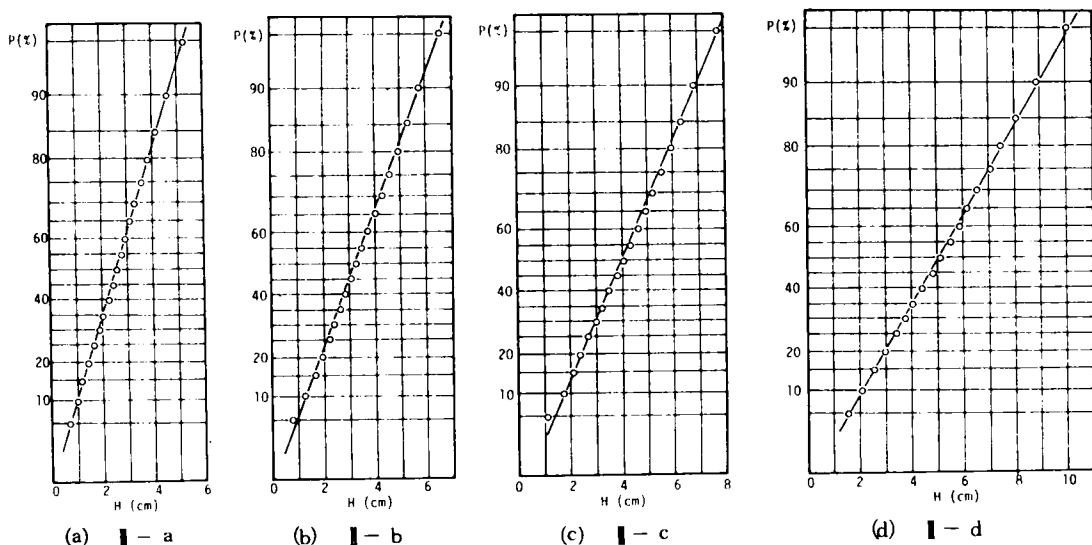


図-2.48 波高の未超過確率

てきた種々のシミュレーション法のうち、不規則波発生機を用いた方法が最も望ましいことなどについて述べた。

第2節では、アナログ方式による不規則波浪のシミュレーションの具体的な手法について説明した。まず最初に、本研究で用いた電気油圧式不規則波発生機の構成を示した後、実験により、バンドパスフィルター、主信号調整器、アクチュエーター、変位計等の各部の特性を検討した結果、造波板の変位速度が60 cm/sec以下であれば、入力信号に対する応答特性はほぼ完全であること、造波板の運動と発生波の関係はBiesel-Suquetの理論で十分説明できることなどがわかった。これらの結果をもとに、ここでは期待スペクトルとしてPierson-MoskowitzおよびNeumannの2つのスペクトルを選び、そのシミュレーション実験を行った。その結果、この方式でかなり精度よく期待スペクトルを再現することができた。また発生波の確率特性も現地波浪とほぼ同じ特性を示した。

第3節では、デジタル方式による不規則波浪のシミュレーションについて述べた。まず最初に、乱数を所定の特性をもつ不規則信号に変換する応答関数の決定法に関する理論を示し、つぎに数値実験を行い、この応答関数が、従来用いられてきたフーリエフィルターに比して良好な結果を与えることを示した。つぎに計算機、D-A変換器および不規則波発生機からなるデジタル方式による不規則波のシミュレーションシステムについて述べ、9ケースのシミュレーション実験を行ってこのシステムの特性を検討した。その結果、期待スペクトルの再現性は非常に良好であり、水位・波高等の統計学的な特性も現地波浪のそれとほぼ一致しており、このシステムが非常に良好な特性を持つことを示した。しかし、図-2.46の双峰型スペクトルのシミュレーションにおいて見られたように、低周波および高周波の両領域で期待スペクトルの再現性の低下があった。これは、ピストンあるいはフラッター等造波板方式による不規則波発生機によっては、これらの周波数帯において安定した波の発生を得ることが困難なためである。したがってこの周波数領域における不規則波浪のシミュレーションには、とくに長周期波あるいは短周期波の造波を

目的とした別の構造の造波機が必要となる。

参 考 文 献

- 1) 第1港湾建設局新潟調査設計事務所編：新潟港設計計算書，1974，110 p.
- 2) 建設省河川局編：海岸統計，1977，172 p.
- 3) 合田良実：波浪統計に関する二、三の考察，港湾技研資料，No. 39，1967，pp. 237 - 255.
- 4) 高橋智晴・佐々木弘・副島 毅・金子大二郎：沿岸大水深海域（- 50 m）における波浪観測の一例について，第21回海岸工学講演会論文集，1974，pp. 267 - 272.
- 5) 土屋義人・山口正隆：循環式風洞水槽による風波の特性について，第18回海岸工学講演会論文集，1971，pp. 19 - 24.
- 6) 合田良実・永井康平：造波機の変速運動による発生不規則波のスペクトルについて，港湾技術研究所報告，Vol. 8，No. 3，1968，pp. 47 - 75.
- 7) 岩垣雄一・石田 昭：波起機によっておこした不規則波の特性，第16回海岸工学講演会講演集，1969，pp. 29 - 34.
- 8) Cuthkert, J. W.: Generation of irregular waves in the University of California's towing tank: Paper presented to the Northern California Session of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1959, pp. 1-17.
- 9) Mohus, I.: Generation and measurement of simulated ocean waves, Automatic Control Laboratory, Norwegian Institute of Technology, Trondheim, 1960, pp. 1-23.
- 10) Fryer, D. K., G. Gilbert and M. J., Wilkie: A wave spectrum synthesizer, Journal of Hydraulic Research, Vol. 11, No. 3, 1973, pp. 193-204.
- 11) 制御工学ハンドブック編集委員会編：制御工学ハンドブック，朝倉書店，1964，1299 p.
- 12) 横木義一・砂原善文：自動制御理論，オーム社，1967，345 p.
- 13) Biesel, F. and Suquet, F.: Laboratory wave generating apparatus (Translation of a series of French articles from La Houille Blanche by Straub, G. L. 1954)
- 14) 岩垣雄一・酒井哲郎・開沼淳一・川島 毅：砕波付近の表面水粒子速度に関する実験，第17回海岸工学講演会論文集，1970，pp. 67 - 72.
- 15) Cartwright, D. E. and Longuet-Higgins, M. S.: The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc. A., Vol. 237, 1956, pp. 212-232.
- 16) 日野幹雄：波浪の予測フィルター・変換フィルター，第14回海岸工学講演会講演集，1967，pp. 21 - 28.
- 17) 岩垣雄一・木村 晃：風波の数値シミュレーションに関する一考察，土木学会第28回年次学術講演会講演概要集第2部，1973，pp. 8 - 9.

- 18) Borgman, L. E.: Ocean wave simulation for engineering design, Proc. ASCE, Vol. 95, WW4, 1969, pp. 557-583.
- 19) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rep. of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 1-57.
- 20) Ochi, M. K. and N. Hubbard: On six-parameter wave spectra, Proc. 15th Conf. on Coastal Engineering, 1976, pp. 301-328.
- 21) 前出の文献, 19)
- 22) 富永正照・橋本 宏: 造波機による不規則波の発生, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 415 - 419 .
- 23) Levinson, N.: The Wiener RMS (root mean square) error criterion in filter design and prediction, J. of Math. and Phys., Vol. 25, 1947, pp. 261-278.

第3章 浅海における不規則波浪の伝播特性に関する研究

第1節 概 説

一方向に伝播する不規則波 (uni-directional random waves) の水位変動 $\eta(x, t)$ は一般に次式のよう
に表わされる。

$$\eta(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(k_n x - \omega_n t - \epsilon_n) \quad (3.1)$$

この式は不規則波が無数に多くの規則波の重なり合いによりできていることを意味し、 a_n 、 k_n 、 ω_n 、 ϵ_n
はそれぞれ成分波の振幅、波数 ($= 2\pi/L_n$; L_n =波長)、角周波数 ($= 2\pi/T_n$; T_n =周期)、初期位相
角である。個々の成分波は通常、波形の analogy から微小振幅波と同じ特性を持つものと考えられている。
したがって、各成分波の ω_n と k_n の間には微小振幅波理論による次式の関係が成立するはずである。

$$\omega_n^2 = g k_n \tanh k_n h \quad (3.2)$$

ここに g は重力加速度であり、 h は水深である。

従来、スペクトル解析法に基づく不規則波の取り扱いに際しては、ほぼ例外なく式(3.1)、(3.2)の概
念が取り入れられてきた。ところが、最近になり、主として風洞水槽を用いて発生させた不規則波を対象
として、不規則波を式(3.1)のように仮定することの是非についての検討が行われ始めた。加藤・鶴谷¹⁾
は波と流れが共存する場における成分波の伝播速度について研究を行ない、スペクトルのピーク周波数付
近の成分波の伝播速度は微小振幅波理論による理論値に等しいか若干大きい値を示す程度であるのに比し
て、それより高周波域の成分波の波速は理論値に比してかなり大きな値を示すことを見出した。また光易
・郭²⁾は風洞水槽内に無風域をつくり、吹走流および風圧効果を伴わない場における深海性の不規則波の
伝播速度について検討した。その結果、スペクトルエネルギーの大部分が含まれる領域であるスペクトル
のピーク付近では、やはり、成分波の波速は理論値に比して若干大き目であるか、ほぼ等しいという結果
が得られ、この周波数帯では近似的に線型の分散関係が成立していることを示した。一方、石田・金³⁾は
浅海域にある不規則波の波数・周波数スペクトルを計算し、成分波の波数と周波数の間に式(3.2)で示し
た線型の分散関係が成立しない部分にもかなりのエネルギーが存在することを示した。以上、3つの研究
は、それぞれ互いに少しずつ実験条件や目的とするところに差があるが、共通した結論として、スペクトル
のピーク周波数付近では、式(3.1)の仮定にもとづく成分波の波数と周波数は線型の分散関係をほぼ満足
するが、それより高周波域の成分波は式(3.2)とかなり大きな差があること、ならびに波高計間隔が大き
くなるにつれて、相互のコヒーレンスが徐々に低下している点をあげている。特に光易らの研究によれば、
波高計間隔の増加とともに、スペクトルのピーク周波数より若干低周波側を除いて、相互のコヒーレンス

はかなり顕著に低下してゆくが、成分波の波速は波高計間隔が増大する方がむしろすべての周波数帯で理論値に近づいてゆく傾向が見られる。この点について、光易らは、“狭い空間でみると、風波の高周波成分は成分波としての分散関係に従がわないで、主要成分波とともに進行しているが、広い空間でみると、近似的に分散関係を満足しているものと解釈できるかもしれない。”と述べている。

この研究はこの点を更に検討するため、第2章で述べたデジタル方式により発生させた不規則波を用い、浅海域における不規則波について、前出の3つの研究が測定の対象とした区間（主要成分波の波長と同等もしくはそれ以下）より長い区間での伝播特性について検討したものである。

ここで標題に示した浅海域という言葉は、不規則波の場合何を基準として深海域と区別するかは、現在のところ必ずしも明確でないが、ここでは水深と、微小振幅波理論に基づく主要成分波の波長との比が $1/2$ より小さい場合に、浅海域にある不規則波と定義した。

第2節 成分波の伝播特性の実験

2.1 コヒーレンス

(1) 実験装置および方法

実験に用いた水槽は第2章で用いたものと同一である。この水槽の一端に電気油圧式不規則波発生機が設置してあり、他端には $1/3$ 勾配のアルミメッシュ製スロープにステラシートを張りつけたものを置いて波の反射を防いだ。実験に用いた不規則波は第2章で述べたデジタル方式により Pierson-Moskowitz スペクトルをシミュレートしたものをを用いた。実験は水深とピーク周波数を変化させて水平床で15ケース、 $1/10$ および $1/20$ 勾配の斜面を用いたものがそれぞれ10ケース、計35ケース行った。表-3.1に各ケースのピーク周波数、水深および波高計の間隔を示した。また表-3.2には斜面上での各波高計の設置水深を示した。波高計は電気抵抗線式であり、図-3.1に示すように等間隔に並べて水位変動を測定した。実験に際しては、各波高計からの記録をペン書オシログラフでモニターし、波がほぼ定常になったと思われる時より、14チャンネルのデータレコーダーへの記録の収録を開始した。この記録は図-2.42に示した処理システムにのせて処理した。

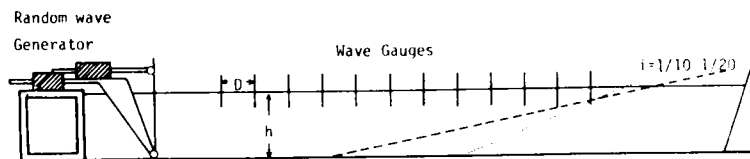


図-3.1 実験装置

表-3.1 斜面勾配, ピーク周波数, 水深ならびに波高計の間隔

Case No.	Slope	f_p (Hz)	水 深 (cm)	波 高 計 間 隔 (cm)
1	0	0.3	50	100
2		0.4	50	100
3		0.5	50	100
4		0.6	50	100
5		0.7	50	100
6		0.3	40	100
7		0.4	40	100
8		0.5	40	100
9		0.6	40	100
10		0.7	40	100
11		0.8	50	100
12		0.9	50	90
13		1.0	50	75
14		1.1	50	60
15		1.2	50	50
16	1/10	0.3		100
17		0.4		100
18		0.5		100
19		0.6		100
20		0.7		100
21		0.8		100
22		0.9		100
23		1.0		100
24		1.1		100
25		1.2		100
26	1/20	0.3		100
27		0.4		100
28		0.5		100
29		0.6		100
30		0.7		100
31		0.8		100
32		0.9		100
33		1.0		100
34		1.1		100
35		1.2		100

表-3.2 波高計の設置水深

Case No.	水 深 (cm)											
	W-1	W-2	W-3	W-4	W-5	W-6	W-7	W-8	W-9	W-10	W-11	W-12
1 ~ 5	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
6 ~ 10	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
11 ~ 15	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
16 ~ 25	50	50	40	30	20	10	—	—	—	—	—	—
26 ~ 35	50	50	50	50	45	40	35	30	25	20	15	10

(2) 解析方法

通常，互いに異なる2点で測定した不規則波浪の周波数成分の相関を検討するためには，クロススペクトル，コヒーレンスおよび位相スペクトルが用いられることが多い。この研究でも，これらの方法を用いて解析を行ったが，計算のスピード化をはかるためFFT法を用いた。この方法によれば，いま x 点および y 点での水位変動の時間記録をそれぞれ $\eta_x(r)$ および $\eta_y(r)$ ，($r=0, 1, 2, \dots, N-1$ ； N はデータの総数)とすると，データのサンプリング間隔 Δt が十分小さければ，これらの値は十分な精度で次式のように表現できる。

$$\eta_x(r) = \sum_{i=0}^{(N/2)-1} \left(A_{x_i} \cos \frac{2\pi}{N} ri + B_{x_i} \sin \frac{2\pi}{N} ri \right) \quad (3.3)$$

$$\eta_y(r) = \sum_{i=0}^{(N/2)-1} \left(A_{y_i} \cos \frac{2\pi}{N} ri + B_{y_i} \sin \frac{2\pi}{N} ri \right) \quad (3.4)$$

ただし，

$$A_{x_i} = \frac{2}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \eta_x(r) \cos \frac{2\pi}{N} ri \quad (3.5)$$

$$B_{x_i} = \frac{2}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \eta_x(r) \sin \frac{2\pi}{N} ri \quad (3.6)$$

($i = 1, 2, \dots, N/2$)

$$A_{x_0} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \eta_x(r) \quad (3.7)$$

であり， A_{y_i} ， B_{y_i} もまったく同様に求められる。この部分の計算にFFTが非常に効果的に利用される。FFT法によるパワースペクトル P_{x_i} は次式のように与えられる。

$$P_{x_i} = \frac{1}{4} (A_{x_i}^2 + B_{x_i}^2) \cdot N \cdot \Delta t \quad (i = 1, 2, \dots, N/2) \quad (3.8)$$

式(3.8)は自由度2の2-sideスペクトルである。自由度を増し，スペクトルの信頼性を高めるためにいくつかの方法が提案されているが，ここではTaira⁴⁾と同じ単純平均の方法を採用した。この方法によれば，自由度 $2a$ のパワースペクトル S_x は

$$S_x\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{1}{a} \sum_{i=p}^q P_{x_i} \quad (3.9)$$

のように与えられる。ここに T は $N \cdot \Delta t$ であり， a は平均するrawスペクトルの数であり $a = q - p + 1$ である。また n は p と q の中央値である。つぎに $\eta_x(r)$ と $\eta_y(r)$ とのクロススペクトル S_{xy} は

$$S_{xy}\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{T}{4a} \sum_{i=p}^q \{ A_{x_i} A_{y_i} + B_{x_i} B_{y_i} + j [A_{x_i} B_{y_i} - A_{y_i} B_{x_i}] \} \quad (3.10)$$

で与えられる。ここに $j = \sqrt{-1}$ である。したがって、Co-スペクトルおよび Quadrature-スペクトルはそれぞれ、

$$C\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{T}{4a} \sum_{i=p}^q \{ A_{x_i} A_{y_i} + B_{x_i} B_{y_i} \} \quad (3.11)$$

$$Q\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{T}{4a} \sum_{i=p}^q \{ A_{x_i} B_{y_i} - A_{y_i} B_{x_i} \} \quad (3.12)$$

であり、コヒーレンス COH ならびに位相スペクトル θ_{xy} は定義より、つぎのように与えられる。

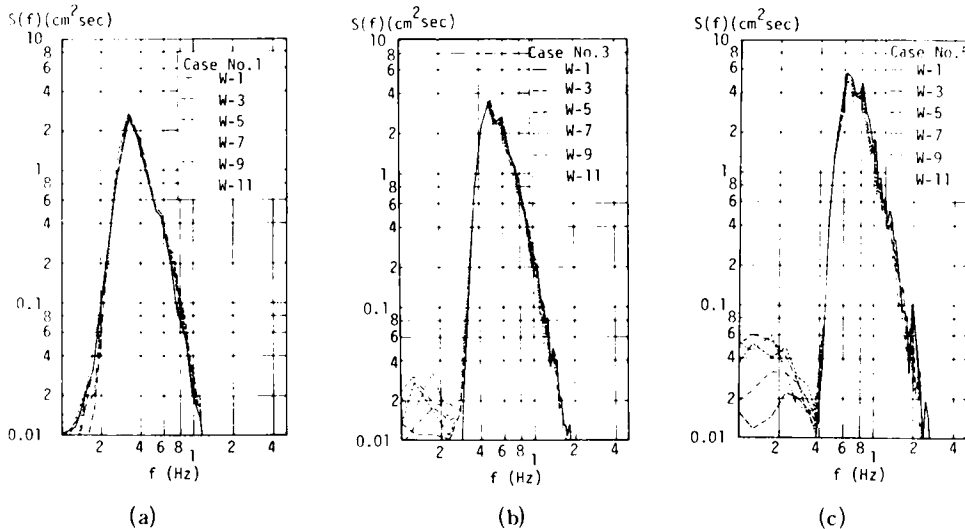
$$COH\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{C\left(\frac{n}{T}\right)^2 + Q\left(\frac{n}{T}\right)^2}{S_x\left(\frac{n}{T}\right) \cdot S_y\left(\frac{n}{T}\right)} \quad (3.13)$$

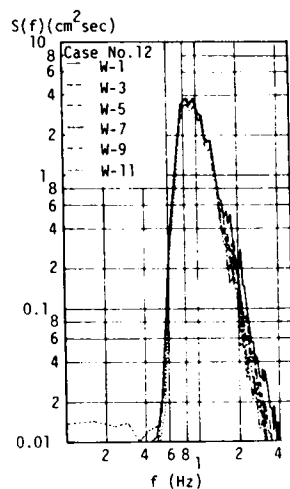
$$\theta_{xy}\left(\frac{n}{T}\right) = \tan^{-1} \left\{ -Q\left(\frac{n}{T}\right) / C\left(\frac{n}{T}\right) \right\} \quad (3.14)$$

式(3.14)の位相スペクトルは、 x 点での n/T の周波数の成分波の位相角が y 点のそれに比して θ_{xy} ラジアンだけ進んでいることを示す。

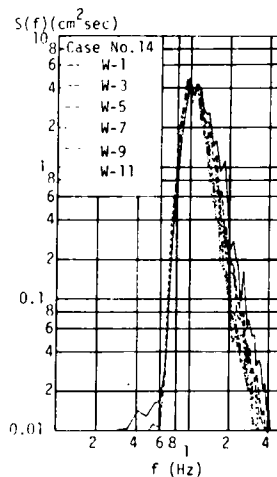
(3) 実験結果ならびに考察

図-3.2 (a)~(c)はそれぞれ表-3.1に示したNo.1, 3, 5, 12, 14の各ケースの不規則波の1点おき(2m間隔)の測定点でのスペクトル形を示したものである。以下特にことわらない限りパワースペクトルおよびクロススペクトルはともにデータ数8,192, 自由度82で計算した。図より, No.1, 3, 5, 12の各ケースでは, 伝播に伴うスペクトルの変化はほぼ無視し得るが, No.14において伝播に伴うわずかなエ





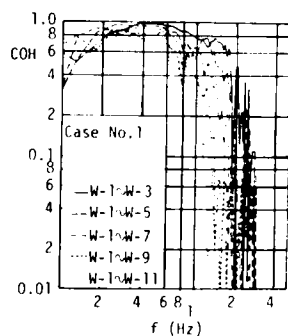
(d)



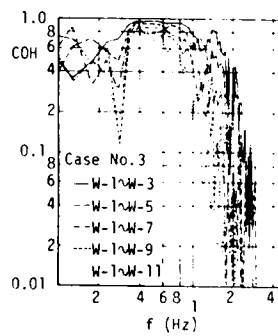
(e)

図-3.2 伝播にともなうスペクトルの変化(水平床)

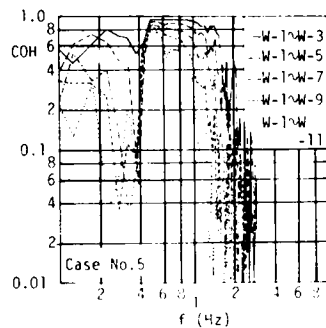
エネルギーの減衰がみられる。これは水槽の側壁と底面での摩擦によるものと考えられるが、ここではこの点に関する検討は行わないので、伝播にともなうスペクトルの変形がほぼ無視し得るNo.12まで、すなわちピーク周波数 f_p が 0.9 Hz より低い不規則波を対象として検討を進める。図-3.3 (a) ~ (d) は図-3.2



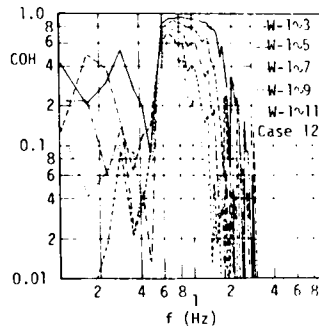
(a)



(b)



(c)



(d)

図-3.3 伝播にともなうCOHの変化

と同じ Case No. 1, 3, 5, 12 の各場合の W-1 と W-3, W-5, W-7, W-9, W-11 とのコヒーレンスを示したものである。最も距離の短い W-1 と W-3 (2 m) のコヒーレンスについてみれば、各図ともスペクトルエネルギーの集中しているピーク周波数付近では 1.0 に非常に近い値を示しており、その周波数帯をはずれると、特に高周波域において値が急激に低下すること、 $3f_p$ 付近でかなり明確な極大値をとることなどの共通した特性がみられる。これは $2f_p$ および $3f_p$ より少し低周波側での急激な値の低下を指摘した光易らの結果とほぼ同じである。加藤らおよび光易らは、この高周波域におけるコヒーレンスの急激な低下を不規則波の方向分散特性によって説明を試みているが、必ずしも十分成功しているとはいえない。特に著者の場合は機械的に発生させた波であり、方向分散はまったくないと考えてよく、コヒーレンスの低下は別の理由によるものである。図-3.3 の各図とも W-1 と W-3, W-5, W-7 …… というように波高計相互の間隔が大きくなるにつれて、コヒーレンスはすべての周波数帯で徐々に低下し、その程度は高周波になるほど著しい。しかし、波高計間隔が大きくなっても、 $2f_p$ もしくはそれよりいく分低い周波数を境にして、その前後でコヒーレンスの様子がかかなり異なることは W-1 ~ W-3 の場合と同様にみられるが、 $3f_p$ 付近の極大値は波高計間隔の増加とともに次第に不明確になる。次に、この波高計間隔の増加にともなうコヒーレンスの変化について検討する。いま図-3.4 の右上に示すように、コヒーレンスの値が急激な低下を示し始める低周波側の周波数を f_1 、高周波側の値を f_2 とし、それらを f_p で割って各ケースについて示したものが図-3.4 である。 f_1/f_p はあまり変化しないが、 f_p の増加にともない f_2/f_p は徐々に減少し、有効周波数幅 $f_e (= f_2 - f_1)$ はしだいに狭くなっているが、 $0.75 \leq f/f_p \leq 1.5$ の範囲はほぼ有効周波数帯と考えてよいであろう。この周波数帯に含まれる各成分波の波長

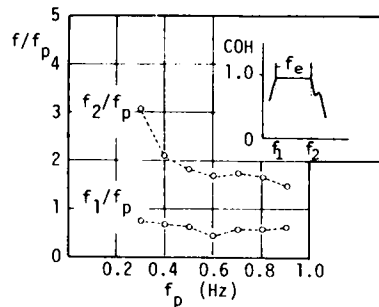
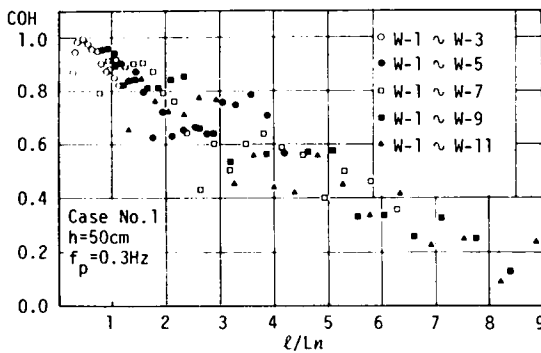
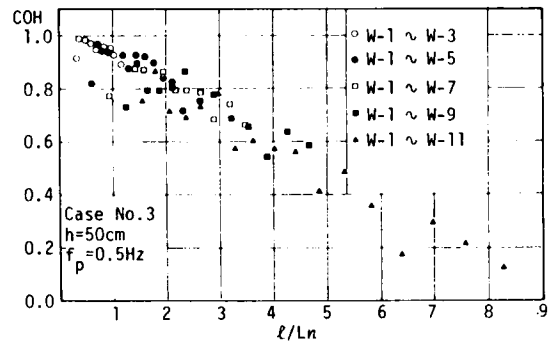


図-3.4 有効周波数帯

L_n を微小振幅波理論による波長に等しいと仮定して算定し、各波高計の間隔 ℓ との比 ℓ/L_n と図-3.3 (a) ~ (d) に示した COH との関係を示したものが図-3.5 (a) ~ (d) である。各図とも実験値に若干のばらつきはあるが、 ℓ/L_n の増加にともない COH の値が直線的に減少しているのがわかる。各図を相互に比



(a)



(b)

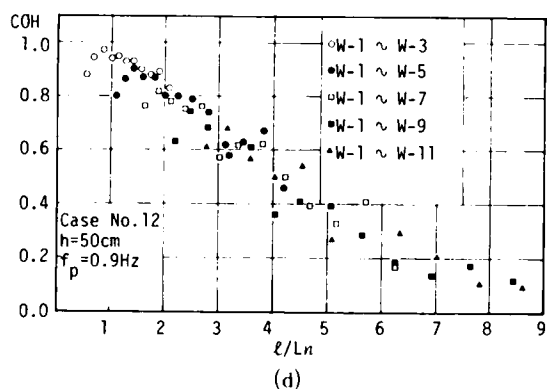
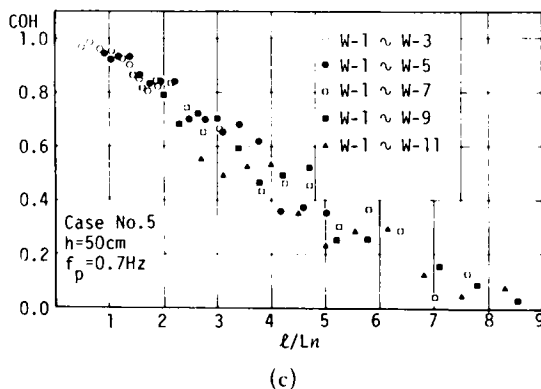


図-3.5 COH と l/L_n の関係 (水平床 $h = 50$ cm)

較すれば、 f_p の増加にともない各点の示す勾配がわずかずつ急になっているようにも見えるが、その差は非常に小さい。したがって、この実験の範囲内では、 COH と l/L_n の関係は各ケースとも相互に差がないといってよい。このことから、一方向に伝播する不規則波のコヒーレンスの値は、相対的な距離の増加にともないほぼ直線的に減少し、各成分波とも2波長ほど離れた2点のコヒーレンスは0.8程度まで下がることがわかる。図-3.6はCase No.8の $f_p = 0.5$ Hz，水深40cmで行った実験結果に対して、同じ解析を行った結果を示したものである。この不規則波は水深50cmでの図-3.5(b)と対応するものであるが、この程度の水深の差であれば、水深減少にともなう COH の変化にはほとんど差がないことがわかる。図-3.7(a)~(d)およ

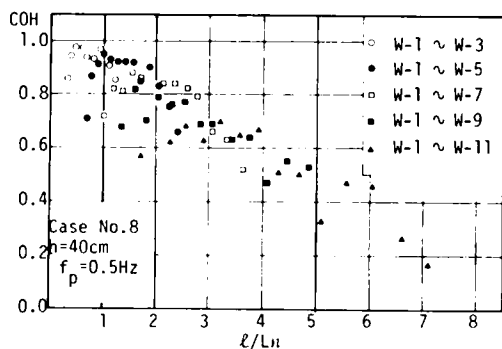
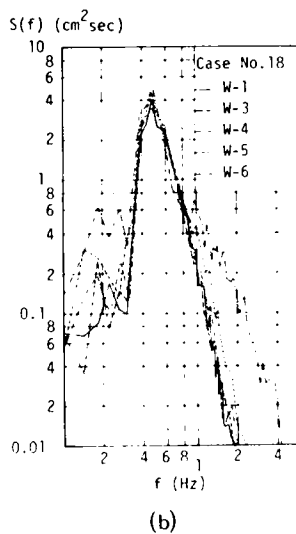
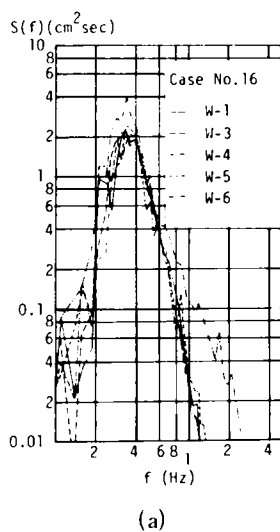


図-3.6 COH と l/L_n の関係 (水平床 $h = 40$ cm)



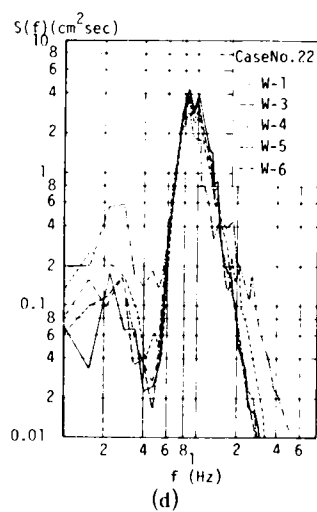
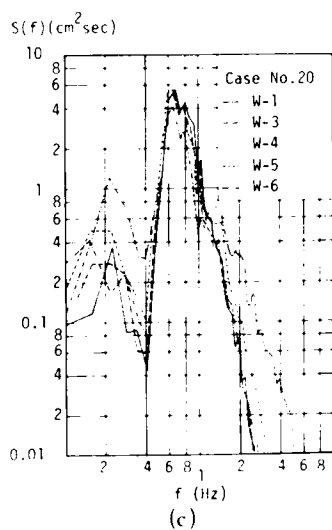


図-3.7 伝播にともなうスペクトルの変化 ($i = 1/10$)

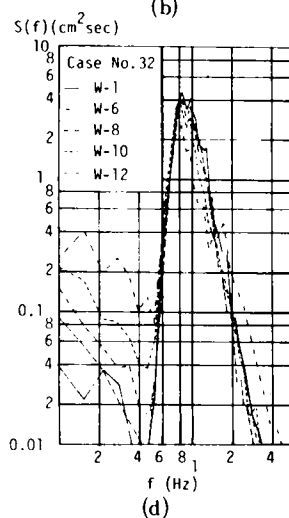
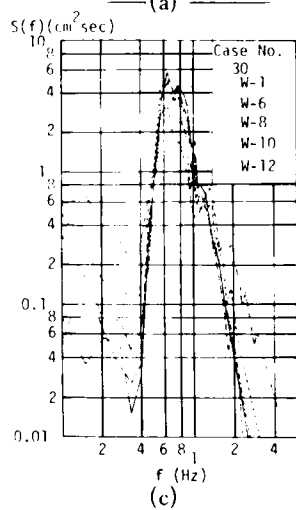
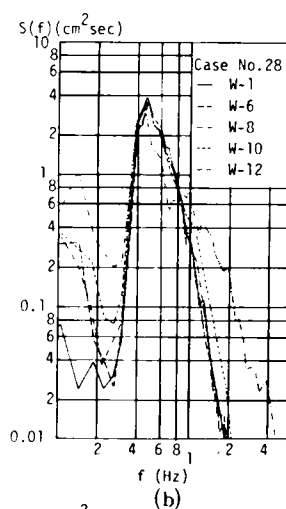
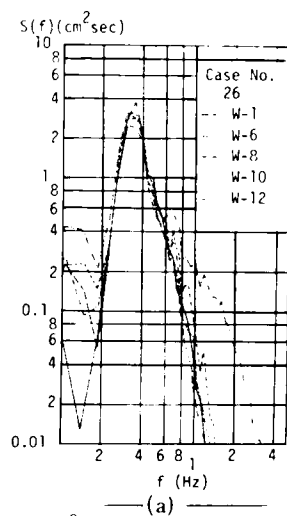
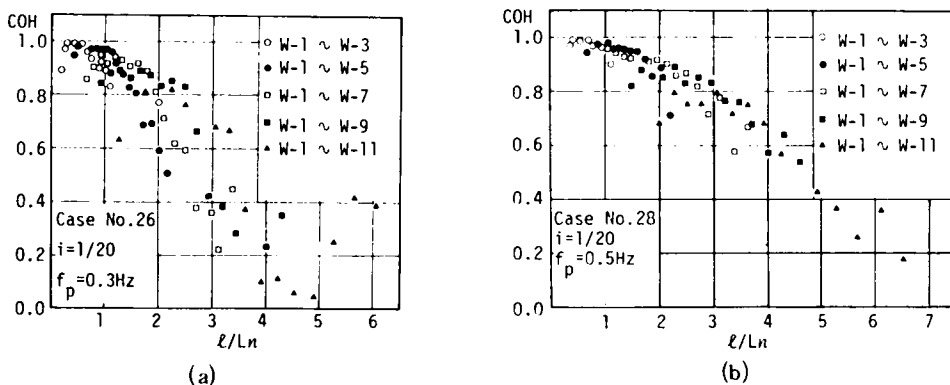
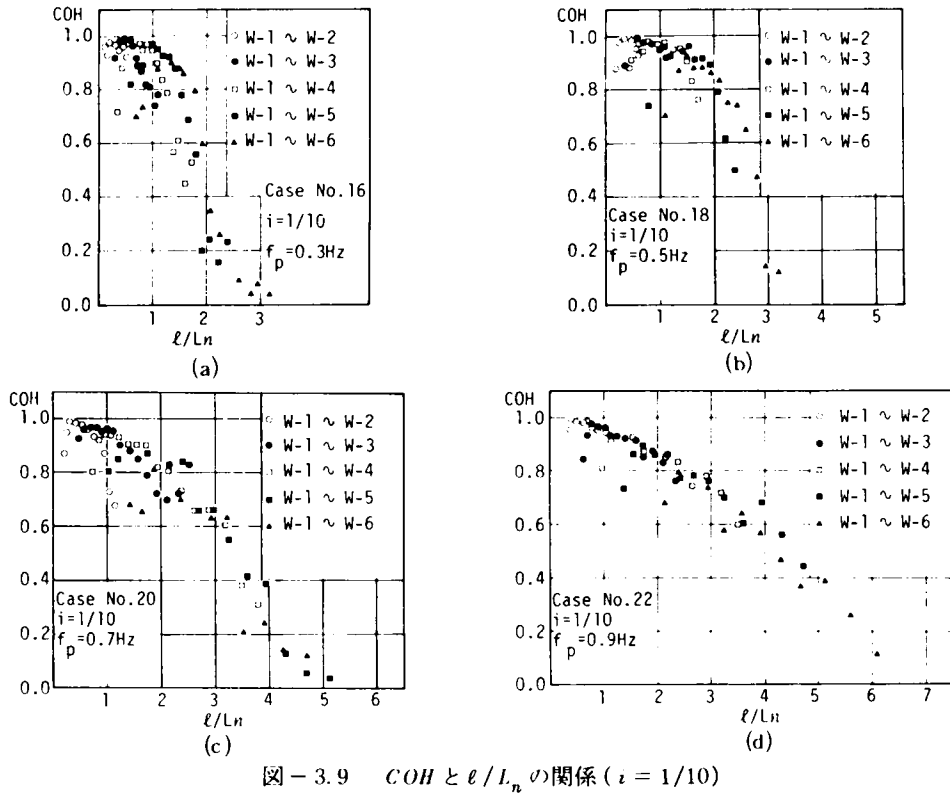


図-3.8 伝播にともなうスペクトルの変化 ($i = 1/20$)

図-3.8(a)~(d)は1/10および1/20勾配の斜面上を進行する不規則波のスペクトルの変化の様子を示したものである。各図はそれぞれ表-3.1のCase No. 16, 18, 20, 22 および 26, 28, 30, 32 に対応するもので、各図とも水深の減少に伴い、ピーク周波数付近でエネルギーが低下し、低周波域ならびに高周波域ではエネルギーが増加していることがわかる。したがって斜面上における不規則波の伝播は、各成分波の振幅が変化するという前提で論議を進めなければならない。しかし、単なる振幅のみの変化であれば、式(3.13)からわかるように、 COH の計算には正規化の操作を含むため、コヒーレンスの値は1となるはずである。図-3.9(a)~(d)および図-3.10(a)~(d)はそれぞれ1/10および1/20勾配斜面上での不規則波のコヒーレンスを図-3.5とまったく同様にして示したものであり、有効周波数帯は図-3.5と同じ範囲を



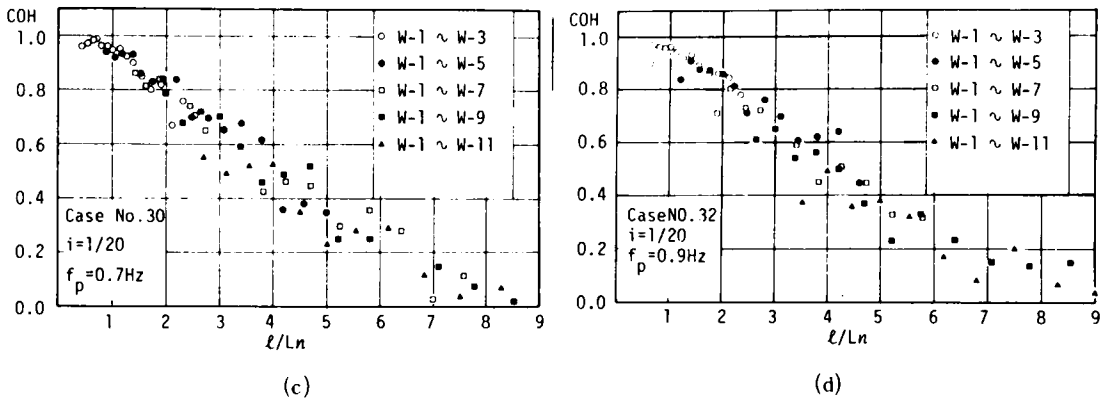


図-3.10 COH と l/L_n の関係 ($i = 1/20$)

とった。計算に用いた各成分波の波長は、隣りあった2つの波高計の中央の点での水深を用いて計算した。各ケースとも砕波点は、 $f_p = 0.3$ Hz の Case No. 16 と 26 を除いて水深 15cm 付近、すなわち 1/10 勾配斜面では W-5 と W-6 の中間、1/20 では W-11 付近であった。 $f_p = 0.3$ Hz のケースではほとんど砕波はみられなかった。図-3.10 (a) ~ (d) についてみれば、(c) と (d) の $f_p = 0.7, 0.9$ Hz の結果は、水平床における図-3.5 (c), (d) と比較して明確な差はないが、図-3.10 (a), (b) と f_p が小さくなるにつれて、 l/L_n の増加にともなう COH の減少が急になり、水平床での実験結果ともかなり明確な差がみられるようになる。また、さらに図-3.9 (a) ~ (d) に示すように勾配が大きくなると、(c), (d) の $f_p = 0.7, 0.9$ Hz のケースでも、水平床の図-3.5 (c), (d) に比して l/L_n の大きな部分での COH の減少が顕著になり、(a), (b) の $f_p = 0.3, 0.5$ Hz では、 $l/L_n = 2.0$ を越えたあたりから COH の値が急激に低下し、 $l/L_n = 3.0$ のあたりでは 0.1 程度まで下ってしまう。しかし、この 1/10 勾配の場合でも l/L_n が 1.5 ~ 2.0 以下であれば各図ともコヒーレンスの値は 0.8 を下らないことがわかる。また、前にも述べたように、図-3.9 (a)，図-3.10 (a) を除く各図には、1/10 勾配では W-5 と W-6、1/20 勾配では W-11 に砕波の影響が入っているはずであるが、他と比較して明確な差はないようである。

2.2 成分波の波長

式 (3.14) で与えられる位相スペクトルは、2点間での成分波の位相差をあらわすものである。したがって不規則波に対して式 (3.1) の仮定が成立すれば、この位相スペクトルと、2点間の距離 l から次のようにして波長を計算することができる。

$$L_n = \frac{l}{\frac{\theta_{xy}(n/T)}{r + \frac{2\pi}{\theta_{xy}(n/T)}}} \quad (3.15)$$

$$(r = 0, 1, 2, \dots)$$

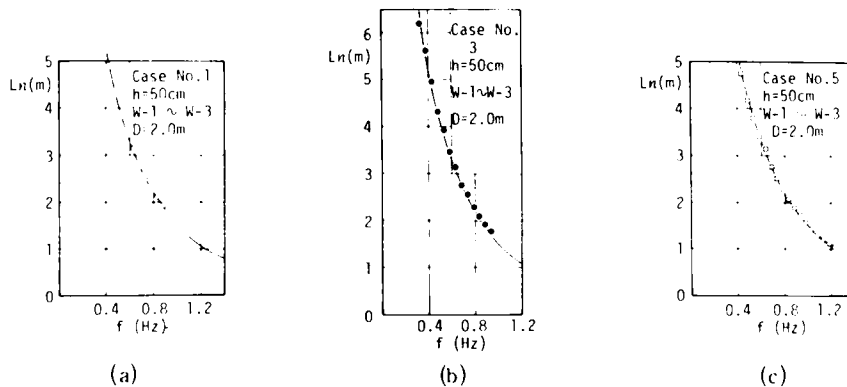
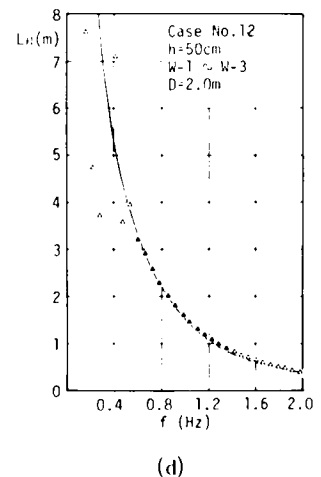


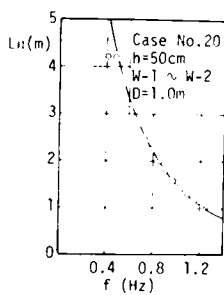
図-3.11 成分波の波長（水平床）

式(3.14)による θ_{xy} の値は $-\pi \leq \theta_{xy} \leq \pi$ の範囲で与えられる。したがって、 r の値に応じていくつか与えられる L_n のうち、微小振幅波理論による波長の理論値に最も近い値を採用した。図-3.11(a),(b),(c),(d)は、それぞれ Case No. 1, 3, 5, 12のW-1 ~ W-3の記録にもとづく位相スペクトルの値から、式(3.15)により求めた成分波の波長を、微小振幅波理論による理論値と比較したものである。プロットに用いた各点は、図-3.4に示した有効周波数帯の範囲内のものを用いた。図よりわかるように、有効周波数帯内では理論曲線と実験値との対応は良好である。しかし、さらに詳細に検討すると、周波数が大きくなるにつれて、実験値の方がわずかではあるが徐々に大きくなるという傾向が各図とも見られる。この理由

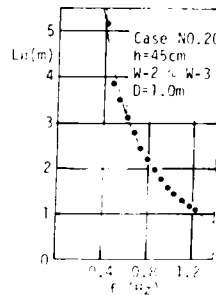


は明らかでないが、石田らも同様の結果を示している。有効周波数帯外の成分波の波長の1列を図-3.11(d)に記号をかえて示した。図よりわかるように、特に低周波側で理論曲線との対応がよくない。一方、高周波側では両者はかなり良く一致しているといってよい。前にも述べたように、式(3.15)により成分波の波長を計算する場合には、理論値との差が最小になるように r を決めざるを得ないため、結果的に1波長以上の位相差は存在しないことになる。このため、周波数が大きくなればなるほど、または波高計間隔が大きくなればなるほど、波長の計算値に含まれる誤差は小さくなり、見かけ上理論値に近づいてくる。高周波側での実験値と理論曲線の一致は、こうした理由によるものと考えられる。しかし、前に示した有効周波数帯内の成分波では、W-1 ~ W-3の間での ℓ/L_n は約2.0以下であり、上に説明したような影響の入る余地は小さい。

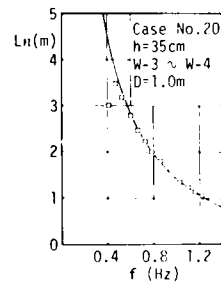
図-3.12(a) ~ (e) および図-3.13(a) ~ (e)はともに Case No. 20 および 30 の1/10および1/20 勾配斜面上での各成分波の波長の実験値と理論値の比較を行ったものである。実験値は図中に示したように、互に隣り合う($\ell = 1\text{ m}$)波高計の記録を用いて計算した。各図とも、実験値は図-3.4に示した有効周波数帯内の値をプロットしたが、実線で示した微小振幅波理論による理論値との対応は良好である。なお、波



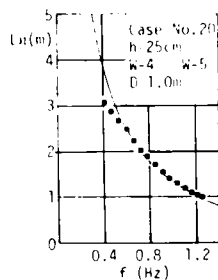
(a)



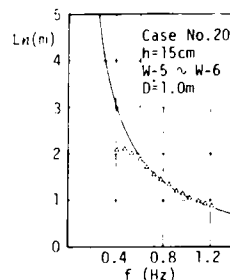
(b)



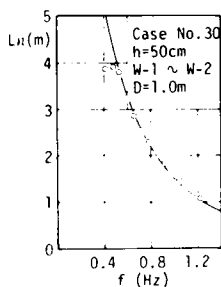
(c)



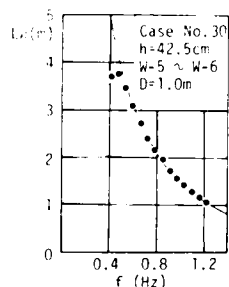
(d)



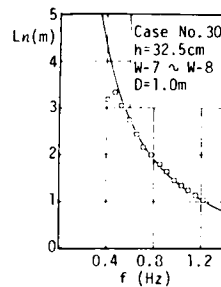
(e)

図-3.12 成分波の波長 ($\epsilon = 1/10$)

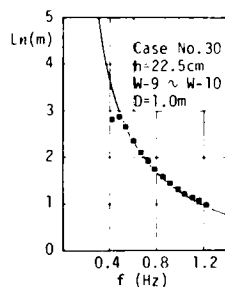
(a)



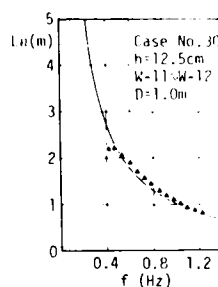
(b)



(c)



(d)



(e)

図-3.13 成分波の波長 ($\epsilon = 1/20$)

長の理論値は各波高計の中央での水深を用いて計算した。

図-3.12の(e)および図-3.13の(e)はともに激しく碎波している領域での値であるが、水深の深い部分での値と比較して特に明確な差はない。また、各図とも水平床での結果に見られたように、実験値と理論値との間に若干の相違が見られるが、差そのものは比較的小さい。

以上、成分波の波長について考察を加えてきたが、有効周波数帯に含まれる成分波であれば、斜面の勾配にかかわらず実験値は理論値とほぼ一致することがわかった。各成分波の波速についても、定義から明らかなように、波長とまったく同じことがいえる。

第3節 成分波の重ね合わせ理論の適用性に関する考察

ここでは、図-3.5、3.6、3.9、3.10等で見られたコヒーレンスの値の急激な低下について若干の検討を行う。

元来、コヒーレンスの値は定義より0から1までの値をとる。互いに異なる2点で測定した水面変動 η_x および η_y に対して、式(3.1)および式(3.2)がともに成立すれば、すべての周波数帯でコヒーレンスは1となる。ところが、コヒーレンスの値の計算には式(3.13)よりわかるように、2点間の距離は必要でない。したがって、形式的に成分波の相互の位相差が時間的に保持されるならば、式(3.2)は $COH=1$ となるための必要条件ではない。従来、コヒーレンスの低下の原因と考えられている成分波の変形もしくは非線型干渉等を取り扱った研究^{5),6),7)}は多いが、それらも基本的には式(3.1)の仮定を用いている。

shoaling等にもみられる成分波の場所的な変化は、もしあったとしても、式(3.13)からわかるように正規化の操作があるのでコヒーレンス低下の理由にならない。高次の non-free-wave の存在が、 COH の値にどの程度の影響を与えるかという点については必ずしも明らかでないが、free-wave とそうでない成分波の波長が異なることから、その存在により波長の値が式(3.2)によるものと違ってくる可能性がある。しかし、図-3.11～3.13からわかるように、有効周波数帯内では各成分波の波長は式(3.2)の理論値と良く対応しており、この周波数帯内では非線型干渉にともなう高次の non-free-wave の影響は顕著でない。

つぎに現地波浪に対して同様な検討を行った結果を示す。図-3.14は琵琶湖波浪観測グループ⁸⁾が琵琶湖の彦根愛西地区の水深4mの湖上に設置した観測用波高計群の配置を示すものである。図-3.15(a),(b),(c),(d)はこれらの波高計のうち、N-6、N-7、N-9およびN-10の4台の波高計で測定した1975年3月21日17:00から17:45の間の不規則波のパワースペクトルである。目視観測による当時の平均的な波の進行方向はほぼNWであった。この方向に沿う各波高計間の距離はN-10～N-7で4.9m、N-10～N-6が6.4m、N-10～N-9が8.8mである。図-3.16(a),(b),(c)は

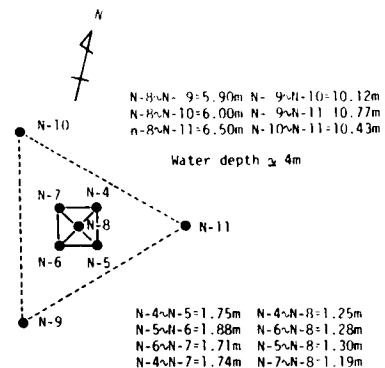


図-3.14 波高計の配置
(琵琶湖彦根愛西地区)

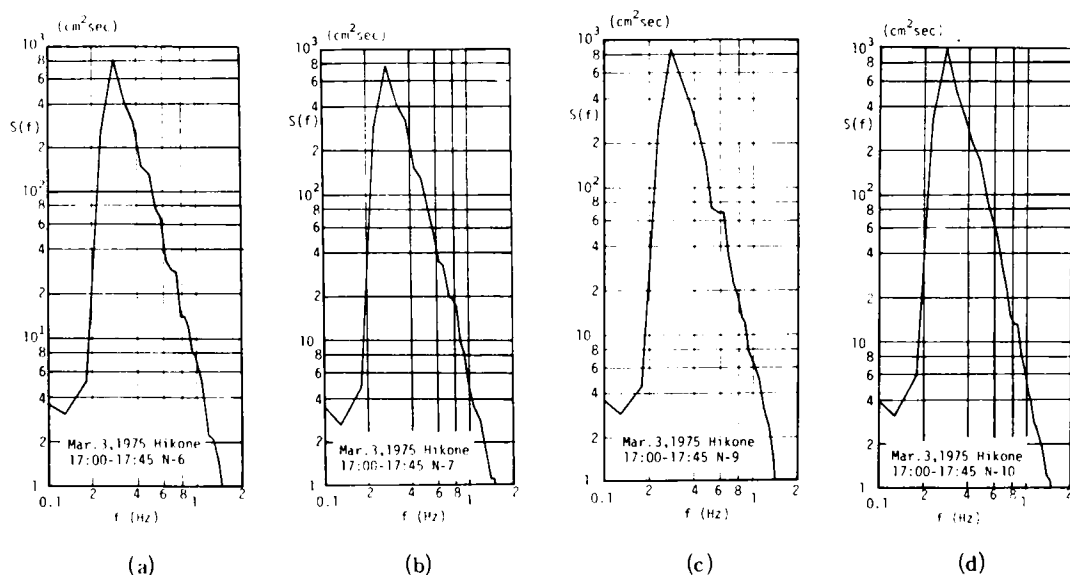


図-3.15 パワースペクトル

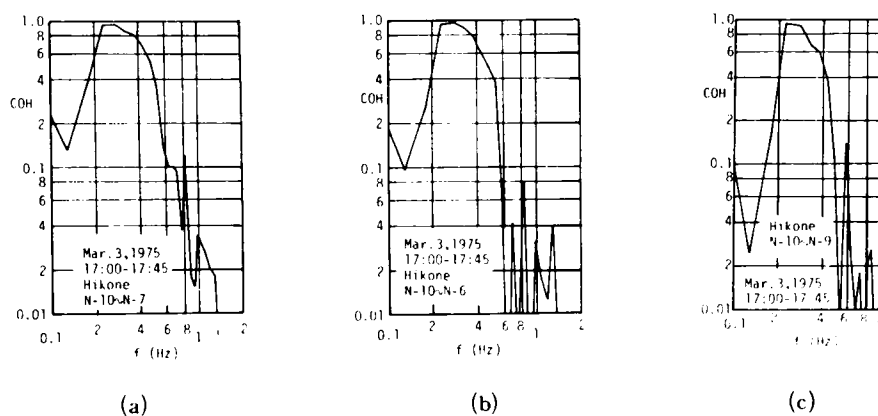


図-3.16 コヒーレンス

それぞれ $N-10 \sim N-7$, $N-10 \sim N-6$ および $N-10 \sim N-9$ の間のコヒーレンスの値を示したものである。図から明らかなように、いずれの場合も周波数の増加にともない COH の値は急激に低下している。図-3.4でコヒーレンスの値が低周波および高周波側で急激な低下を始める周波数の間を有効周波数帯として解析に用いたが、図-3.16でもわかるように、この不規則波における有効周波数帯は $f = 0.20 \text{ Hz}$ から $f = 0.45 \text{ Hz}$ 程度である。 $f_p = 0.28 \text{ Hz}$ であるので、前に有効周波数 f_e に対して示した $0.75 \leq f/f_p \leq 1.5$ の関係がこの場合もほぼ満たされている。図-3.17はこの有効周波数帯に含まれる値について、図-3.5と同様に、波の進行方向での波高計間隔 l と成分波の波長の比 l/L_n をプロットしたものである。図から明らかなように、波高計による差はほとんどないが、 l/L_n の増加にともない COH

の値が急激に減少している。その割合は図-3.5等に比して更に急であり、 $\ell/L_n = 1.5$ 付近で COH の値が 0.2 程度まで小さくなっている。この原因として、現地波浪の方向分散特性の影響を考えなければならない。いま、方向分散特性を持つ不規則波のスペクトルを $E(f, \theta)$ とすると、波の進行方向に ℓ だけ離れた 2 点で観測した波のコヒーレンスは次式で表わされる⁹⁾。

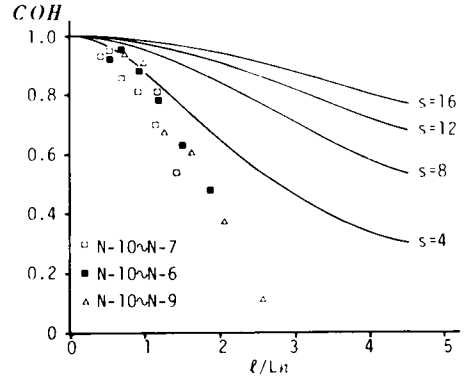


図-3.17 COH と ℓ/L_n の関係 (琵琶湖)

$$COH(f_n) = \frac{[\int_{-\pi}^{\pi} E(f_n, \theta) \cos(R_n \cos \theta) d\theta]^2 + [\int_{-\pi}^{\pi} E(f_n, \theta) \sin(R_n \cos \theta) d\theta]^2}{[\int_{-\pi}^{\pi} E(f_n, \theta) d\theta]^2} \quad (3.16)$$

ここに $R_n = k_n \ell$ で、 θ は成分波の進行方向と基準方向のなす角である。一般に風波の方向スペクトル $E(f_n, \theta)$ は、次のように仮定することが多い。

$$E(f_n, \theta) = S(f_n) \cdot G(\theta) \quad (3.17)$$

ここに $G(\theta)$ は方向分布関数といわれるもので、よく行われるように $G(\theta) = G'(s) \cos^s \theta$ [$-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$] と仮定すれば¹⁰⁾、式 (3.16) は、

$$COH(f_n) = \frac{[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^s \theta \cos(R_n \cos \theta) d\theta]^2 + [\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^s \theta \sin(R_n \cos \theta) d\theta]^2}{[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^s \theta d\theta]^2} \quad (3.18)$$

のようになる。土屋ら¹¹⁾によれば、当日の波の s の値は、ピーク周波数付近で 26.0 程度であり、以後周波数が大きくなるにつれて徐々に小さくなり、有効周波数帯の上限 $f = 0.45$ Hz 付近では $s = 4.0$ まで低下する。図-3.17 には式 (3.18) において s の値を 4, 8, 12, 16 の 4 種類に変化させて計算した COH の値をあわせて示しておいたが、図からわかるように、実測値は s の値を 4.0 とした場合よりもさらに小さく、 ℓ/L_n にともなう値の低下は、波の方向分散特性を考慮してもなお十分に説明し得ないことがわかる。

つぎに、同一点で測定した記録をもとに、互いに時間的な差をつけて相互のコヒーレンスを検討する。図-3.18 は Case No. 5 ($f_p = 0.7$ Hz) の W-2 で測定した記録をもとに、 $\eta(t)$ と $\eta(t+\tau)$ のように互いに τ sec だけずらせて、相互のコヒーレンスについて検討したもので、 τ の値による COH の変化を示したものである。図中の実線は 0.53 Hz、破線は 0.83 Hz、点線は 1.42 Hz の値を示したものである。

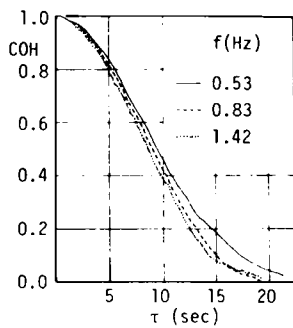


図-3.18
τ による COH の変化
(自由度 82)

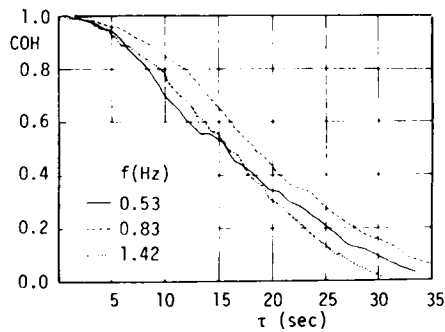


図-3.19
τ による COH の変化 (自由度 42)

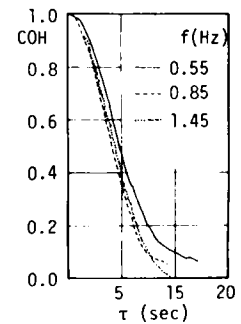


図-3.20
τ による COH の変化
(自由度 162)

図から明らかなように、周波数による差はあまり大きくなく、いずれも 15 sec 前後で COH の値は 0.2 以下まで減少してしまう。この計算には 819.2 sec ($\Delta t = 0.1$ sec) のデータを用いている。したがって、互いに 15 sec の時間差があっても 95 % 以上のデータを共有しているわけであるが、図に示すように COH の値は急激に低下している。つぎに図-3.18 と同じ記録を自由度 42 で計算した結果が図-3.19 であり、この場合には COH の値が 0.2 以下に減少するのが約 25 sec までにのびている。逆に図-3.20 は自由度を 162 と大きくした場合のもので、この場合には 7 sec 前後で 0.2 以下になっている。

この解析では、各成分波が free-wave であるかどうかはまったく無関係であり、ただ成分波が時間的に連続しているかどうかだけが問題となる。

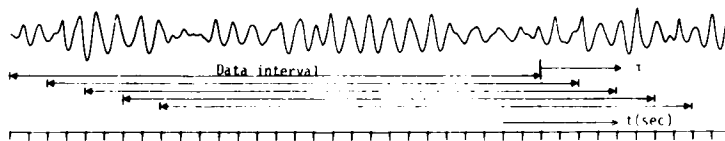


図-3.21 データの取り方

図-3.21 に図-3.18 から図-3.20 に用いたデータの相対的な時間関係を示した。図-3.18 の場合、 $\tau = 15$ sec の時間差はデータの全長 (819.2 sec) からすればわずか 2 % 弱であり、両端での差を除いても 96.3 % のデータが共通である。それにもかかわらず COH の値が 0.2 以下まで低下する理由は、周波数分析の結果得られる成分波の振幅、初期位相角が、図-3.21 に示すように使用するデータの位置 (時間) により相互に無関係に変化するためと考えられる。すなわち、成分波の定常性の仮定 [式 (3.1)] に問題があると考えられる。

平¹²⁾、光易・力石¹³⁾らは、発生・発達期の風波のパワースペクトルの時間の経過あるいは fetch の増加にともなう変化について論じている。発生・発達もしくは減衰期における風波のパワースペクトルが、非定常 (時間とともに変化する) であることは一般的にもよく知られた事実である。しかし、そこにおける非定常とは非常にゆるやかな変化を意味し、比較的短時間、例えば 10 ~ 20 分間程度ならば定常過程と

見なし得る程度の変化である。

従来の概念からすれば、図-3.18に示す COH の変化は、発生あるいは減衰期における風波と比較してもかなり急であることがわかる。したがって、ここでは short time spectrum の手法を用いて式(3.1)で代表される不規則波の定常性について検討してみる。

最近になり地震波動や水文現象の解析のために非定常スペクトルの理論がいろいろと提案され整備されてきた。これらの方法は、いずれも比較的短時間で変化するような非定常不規則変動現象解明のため、比較的短いデータをもとにそのスペクトル形を推定しようとするものである。ここでは日野¹¹⁾による Developing spectrum の手法を用いて不規則波のスペクトルの非定常性について検討する。この方法は次のような原理によるものである。すなわち、非定常スペクトル $S(f, t)$ は

$$S(f, t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle |A_0(f, t)|^2 \rangle}{T} \quad (3.19)$$

で定義される。ここに $A_0(f, t)$ は次式で与えられる raw スペクトルである。

$$A_0(f, t) = \int_{-\infty}^t \eta(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.20)$$

フーリエ変換の定義から、周波数 f の波を検出するには最小限 $1/f$ の長さのデータが必要である。そこで、このことから逆に、式(3.20)を次のように書きかえることができる。

$$A_0(f, t) = \int_{t-(m/f)}^t \eta(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.21)$$

したがって、この方法によれば、 $A_0(f, t)$ の計算は、 m の値に応じて各周波数ごとに用いるデータの長さが変わることになる。

図-3.22は図-3.2(a)に示した No.1 のケースで W-1 の点での不規則波の Developing spectrum である。式(3.21)において m の値は2とし、式(3.19)におけるアンサンブル平均は式(3.9)と同じ矩形フィルターによる平滑法を用いて自由度 22 で計算した。図中の各スペクトルは t の値を 10 sec ずつずらして計算したものである。図からわかるように、比較的定常な区間もあるが、他の部分のスペクトルはその形状、スペクトルのピーク値がかなり大きく変化

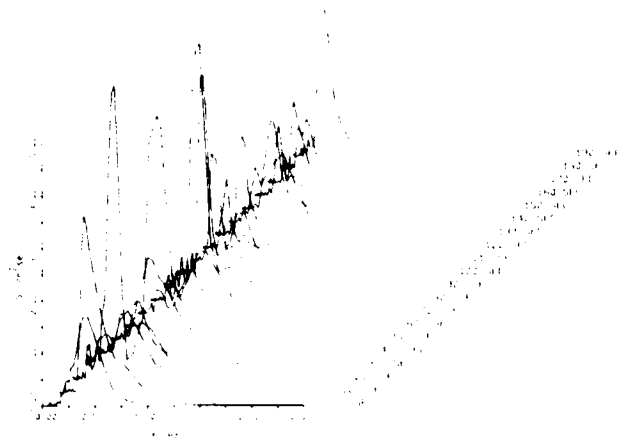
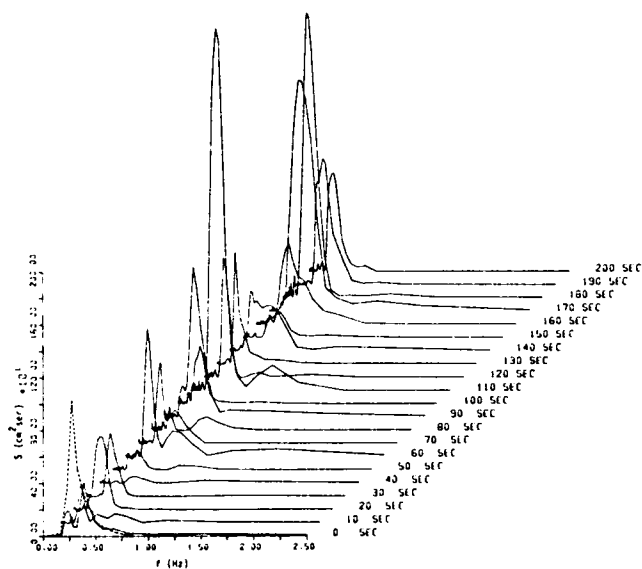


図-3.22 Developing spectrum (Case No. 1)

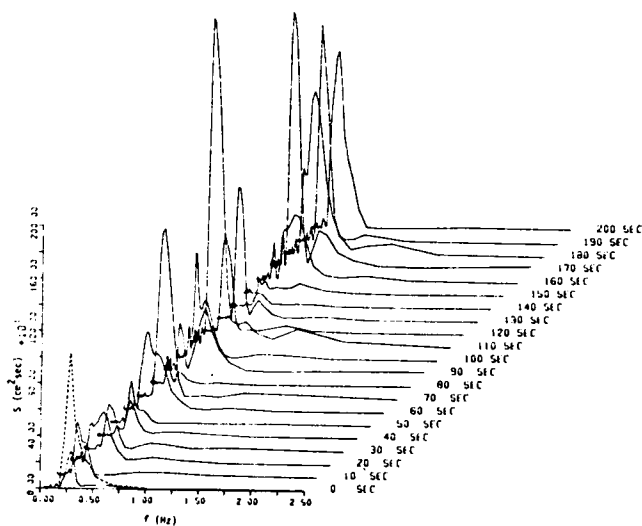
していることがわかる。また、スペクトルのピーク周波数も必ずしも図-3.2(a)のように 0.3 Hz と一定で

はなく、0.25 Hzから0.5 Hz程度までかなりの幅で変動していることがわかる。

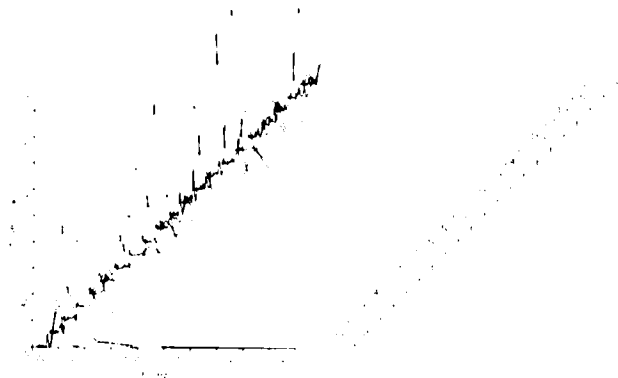
また、図-3.23 (a)～(c)は図-3.15でそのパワースペクトルを示した琵琶湖のデータを用いてDeveloping spectrum を計算したものである。計算に用いた記録は図-3.14に示したN-9, N-10, N-11の3台の波高計の記録で、図-3.22と同様 $m=2$ で t の間隔は10 secとした。なお、各図の $t=0$ sec



(a) 彦根 N-9



(b) 彦根 N-10



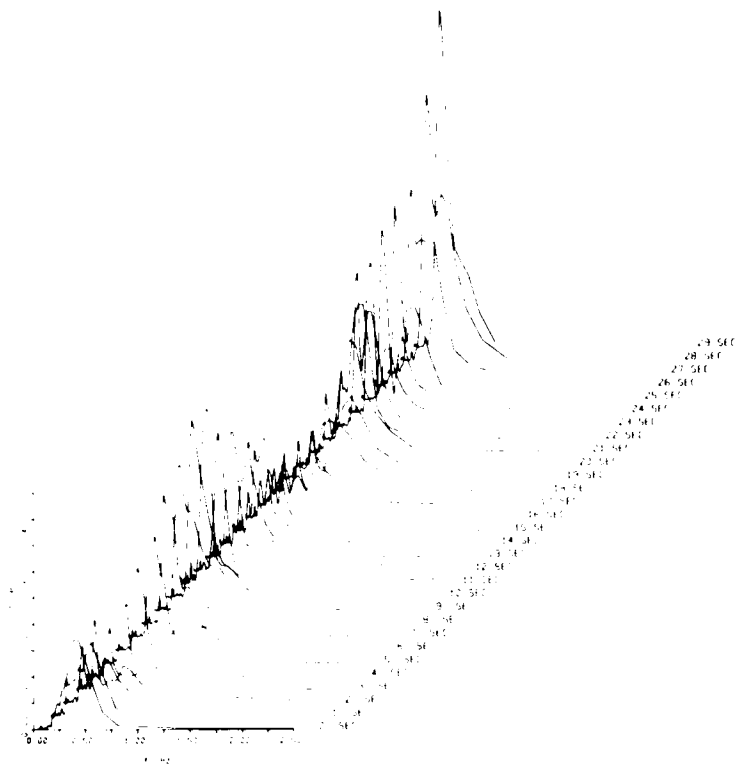
(c) 彦根 N-11

図-3.23 Developing spectrum

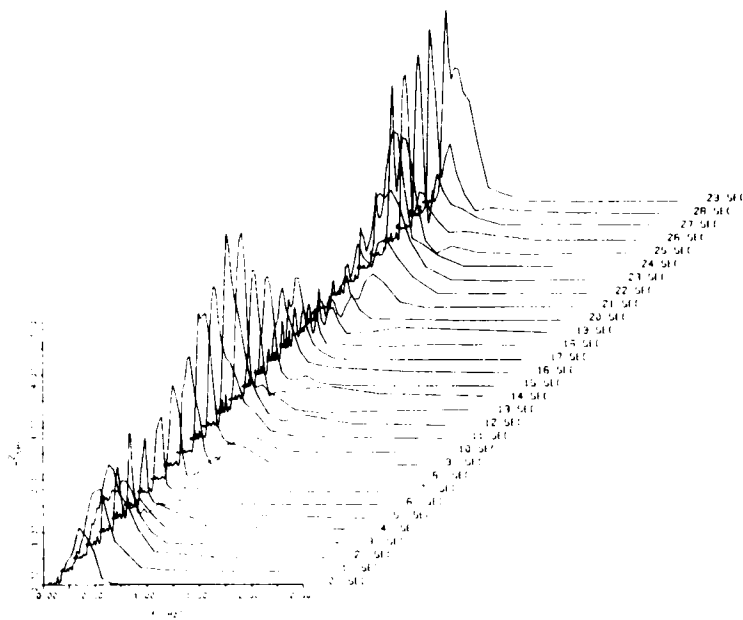
のスペクトルに重ねて図-3.15に示した定常スペクトルを破線で示しておいた。図から **Developing spectrum** は、スペクトル形状、その絶対値等が非常に大きく変動しており、図-3.22の結果に比してかなり顕著に変化していることがわかる。しかし、波高計相互の差はそれほど顕著でなく、 $t = 110 \text{ sec}$ および $t = 170 \text{ sec}$ 付近に非常に顕著なピークがあり、他の時間のスペクトルはこれらに比してかなり小さく、全体的な変化の様子もほぼ等しい。

同時刻の N-9, 10, 11 の各波高計の観測記録を比較したところが、波形は3者ともそれほど大きな差異はみられず、ただ相互に伝播速度の差による波の位相差がみられるだけである。このことから図-3.23 (a) ~ (c) が相互に似かよっていることはある程度首肯できる。

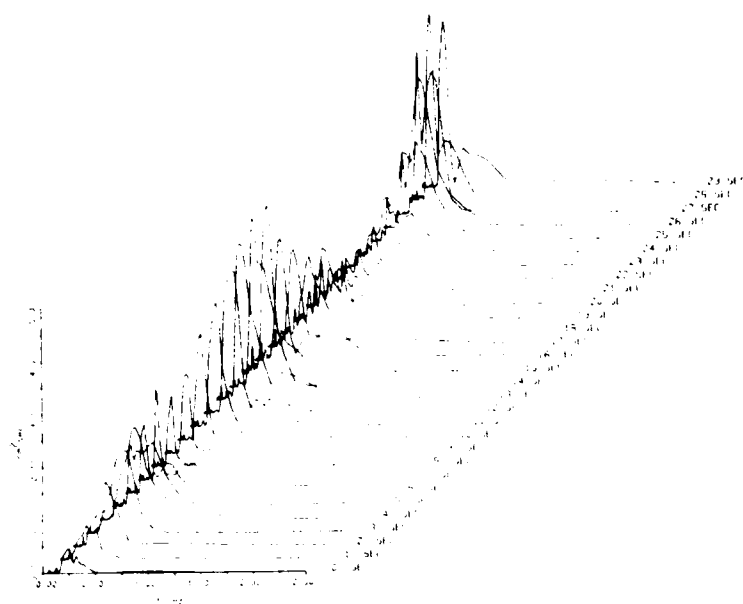
しかし、図-3.23 (a) ~ (c) に見られるように、現地波浪のスペクトル特性も定常でなく、比較的短時間でかなり顕著な変化をすることがわかる。ここでいう短時間とは、 t の間隔である 10 sec 程度を意味し、これは定常スペクトル (図-3.15) のピーク周波数 $f_p = 0.28 \text{ Hz}$ の成分波からすれば、約3周期弱の時間の隔たりである。このスペクトルの非定常性は図-3.22でもわかるように、シミュレートした不規則波形にも見られた。この非定常性について検討するため t の間隔を小さくして **Developing spectrum** の刻々の変化を検討したものが図-3.24 (a), (b), (c) である。各図は No. 1 のケースで、W-1, 5, 9 の 4 m ずつ隔った3本の波高計の記録を解析したもので、各図中の30のスペクトルは、式 (3.19), (3.21) の t の値を 1 sec ずつずらして計算したものである。 m の値はすべて2とした。図から、図-3.22 に比較して時間の経過によるスペクトルの変化がゆるやかになっていることがわかる。これは解析に用いたデータが一部分重複していることによるものであろう。すなわち、主要成分波 $f = 0.3 \text{ Hz}$ 付近の波につい



(a) Case No. 1 W-1



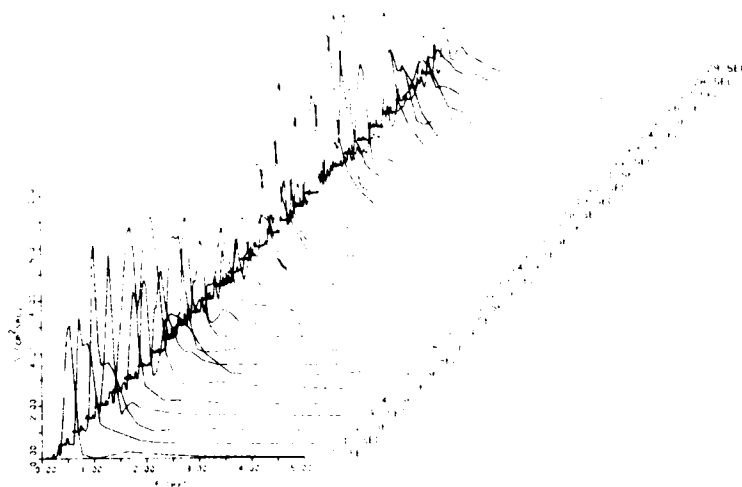
(b) Case No. 1 W-5



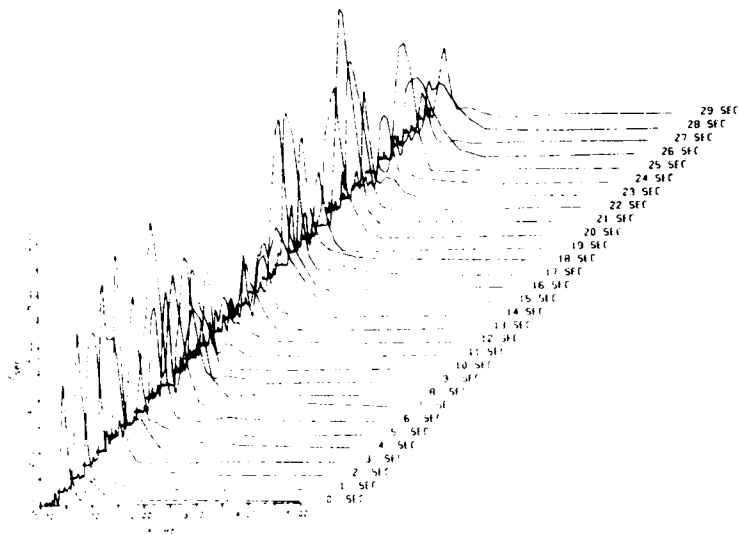
(c) Case No. 1 W-9

図-3.24 時間の経過にともなう Developing spectrum の変化

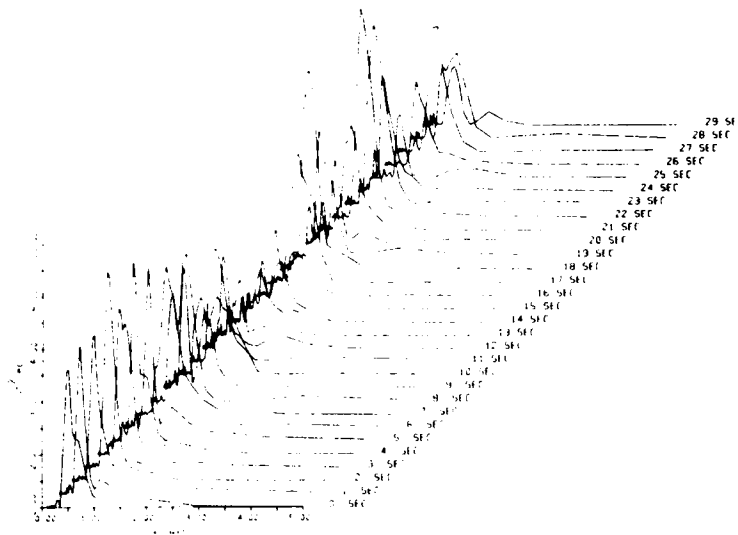
てみれば、スペクトルの計算には約 6.6 sec 分のデータを用いたのに対して、 t のずらし間隔は 1 sec であり、相互に約 5.6 sec 分の記録を共有していることになる。このため、スペクトル形の変化の程度がゆるやかになったものと考えられる。図-3.25 (a), (b), (c) は表-3.1 の No. 4 の波の W-1, 3, 5 の各点での時間記録を図-3.24 と同じく t のずらし間隔を 1 sec とし、 $m=2$ で計算した Developing spectrum を示したものである。図からわかるように、このケースにおけるスペクトルもやはり時間の経過とともに



(a) Case No. 4 W-1



(b) Case No. 4 W-3



(c) Case No. 4 W-5

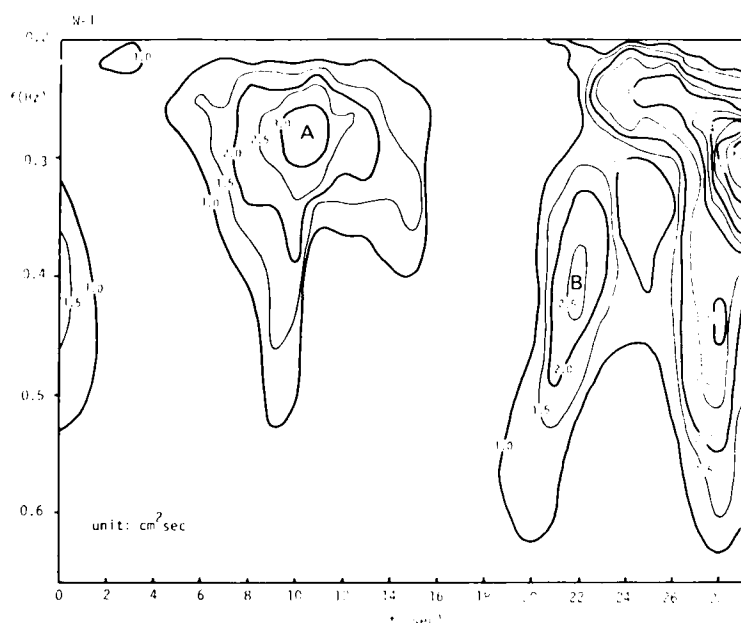
図-3.25 時間の経過にともなう Developing spectrum の変化

そのスペクトル形状・ピーク周波数およびスペクトルのピーク値が徐々に変化していることがわかる。ただ、時間の経過にともなう変化が、図-3.24 に比して幾分大きい。これは、主要成分波 $f=0.6\text{ Hz}$ の波の解析に用いるデータの長さ (3.3 sec) に対する t の間隔 (1 sec) の比重が増加したためであろう。しかし、相前後するスペクトルは、まだ 2.3 sec のデータを共有しており、時間の経過にともなう変化はそれほど大きいわけではない。

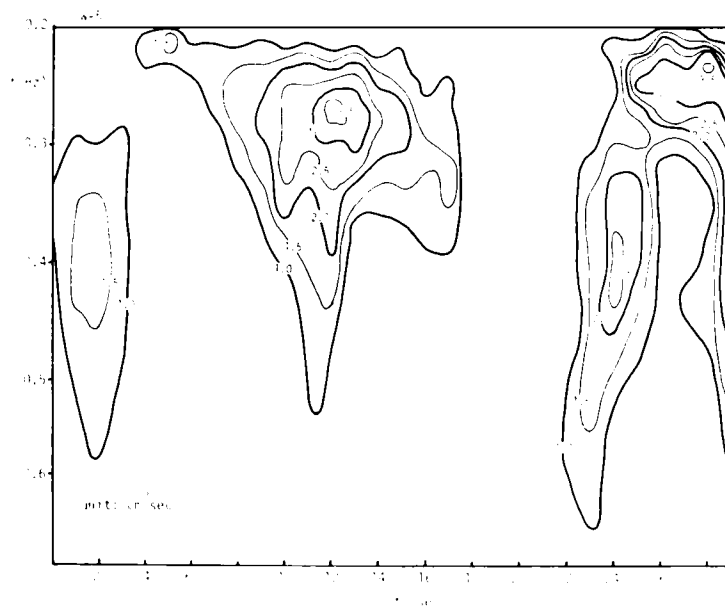
つぎに、図-3.24 および図-3.25 の各図をもとに、波の伝播特性について検討する。図から、Devel-

oping spectrum の時間の経過にともなう変化の様子は、各波高計の記録とも非常によく似ていることがわかる。とくに図-3.24 に示した No. 1 のケースにおいてこの特徴が顕著である。これはこの周波数帯の不規則波 ($f = 0.3 \text{ Hz}$ で水深 50 cm の場合、水深波長比は約 0.07) がほぼ長波に近い特性を持ち、伝播にともなう波形の変化が非常にゆるやかで、各波高計とも似かよった水面形を記録したことに対応するものであろう。一方、図-3.25 のケース No. 4 においては、主要成分波の水深波長比が約 0.16 と No. 1 のケースに比して幾分大きい。このため、伝播にともなう水面形の変化が若干大きくなる。図-3.25 の各図の対応が図-3.24 に比して幾分悪いのは、この理由によるものであろう。しかし、図からわかるように、時間の経過にともなう Developing spectrum の変化の様子は、各波高計ともまだ相互にかなりよく似ていることがわかる。

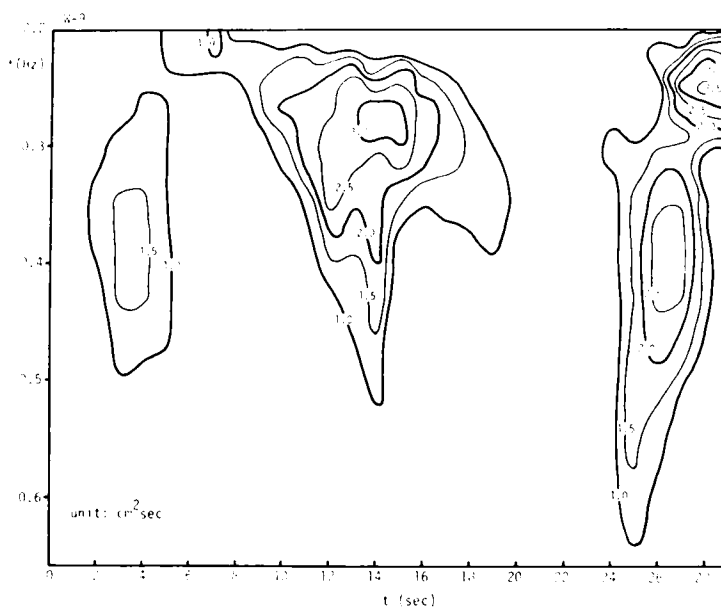
式 (3.21) からわかるように、この方法によるスペクトルは短い期間の波形の特性がそのままスペクトル形に表われる。したがって、密な波高計間隔で測定された水位変動を、 m の値を 1~2 とし、ずらし時間を小さくすれば、時々刻々の波の伝播特性の検討が可能である。例えば、図-3.24 (a) の $t = 10 \text{ sec}$ 付近に Developing spectrum のエネルギーが極大になる部分があるが、この時間が、(b) の W-5 の波高計では $t = 12 \text{ sec}$ になり、(c) の W-9 では $t = 14 \text{ sec}$ 付近までずれてきていることがわかる。これは、このスペクトルに対応する波が時間とともに伝播してゆき、下手の波高計ほど、波の到達時間が遅れることに対応するものであろう。この検討を更に容易にするために示したものが、図-3.26 (a), (b), (c) である。各図は図-3.24 (a), (b), (c) に対応するもので、各図とも 30 本の Developing spectrum が構成する曲面に等エネルギー線を引いたものである。細部に若干の差はあるが、各波高計とも等エネルギー線の形状は非常によく似ており、下手の波高計になるほど、全体の形状が次第に右の方にずれてきていることが



(a) Case No. 1 W-1



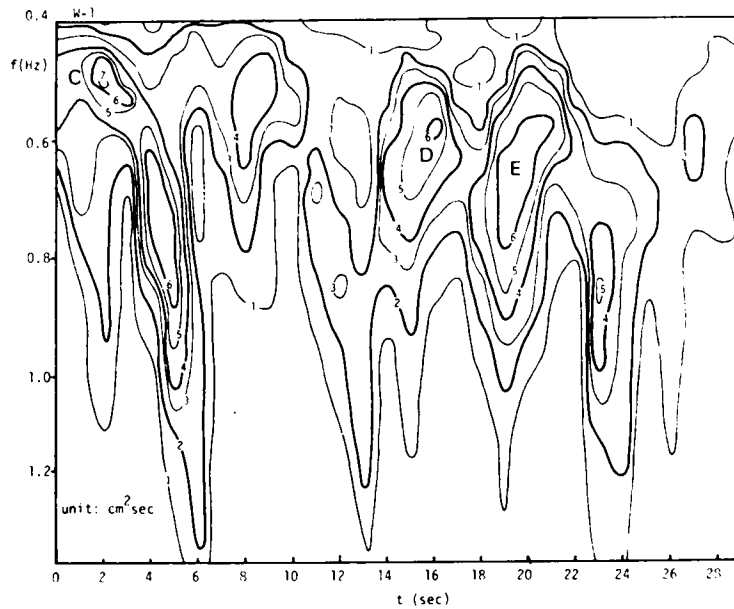
(b) Case No. 1 W-5



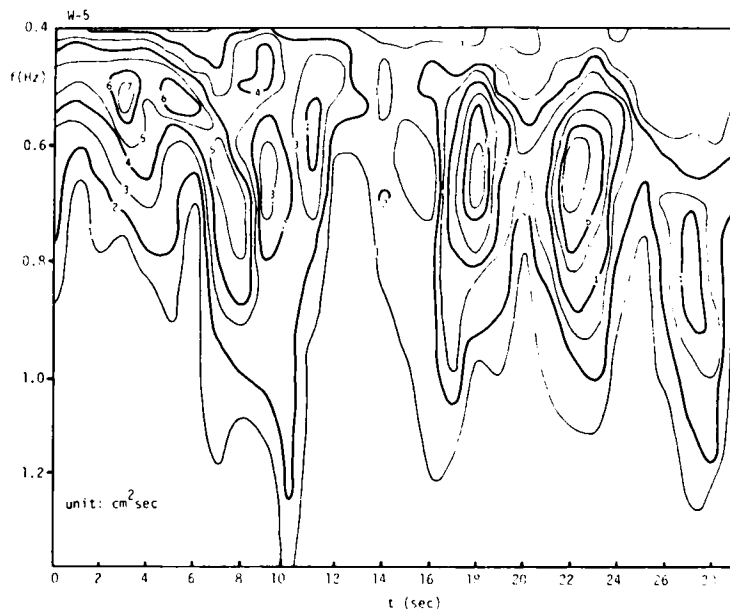
(c) Case No. 1 W-9

図-3.26 Developing spectrum のエネルギー等高線

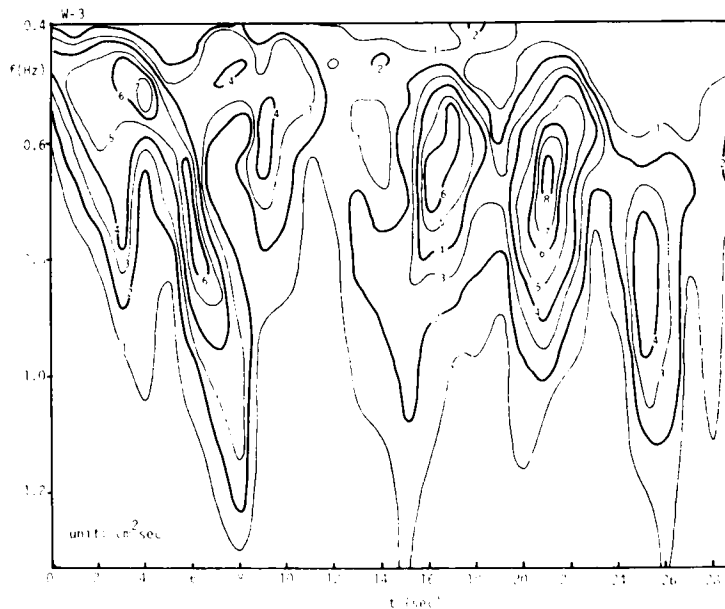
わかる。前に述べたスペクトルの極大値の出現時間の遅れも非常によくわかる。また、図-3.27 (a), (b), (c) は図-3.25 (a), (b), (c) に対応する等エネルギー線図である。図-3.26 の各図に比して時間の経過にともなうスペクトルエネルギーの変化が幾分大きいことは図-3.25 の部分で述べた通りであり、各波高計におけるエネルギー等高線の形の変化も図-3.26 に比して幾分大きい。しかし、エネルギーの高い部分あるいは低い部分の伝播の様子を対応づけることは十分可能である。



(a) Case No. 4 W-1



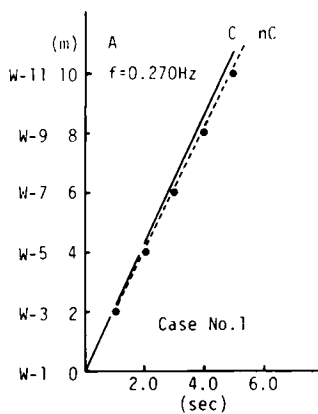
(b) Case No. 4 W-3



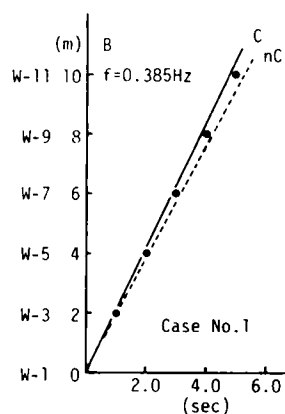
(c) Case No. 4 W-5

図-3.27 Developing spectrum のエネルギー等高線

図-3.28 (a)～(e)は図-3.26 および図-3.27 の各図における比較的明確な2～3の等高線のピーク〔両図の(a)図にAからEまでの記号をつけておいた〕の各波高計位置での出現時間を示したもので、図中の実線は各成分波を微小振幅波と仮定した場合の時間と伝播距離との関係を示したものである。図から、プロットした各点は幾分ばらついてはいるが、A, Bのケース No. 1の各点は理論曲線より若干小さい値を示しているのに対し、C, D, Eで示したケース No. 4の各点は理論曲線より幾分下に実験値がプロットされている。一方、図中の破線は比較のために群速度の伝播距離と時間の関係を示したものである。図か



(a)



(b)

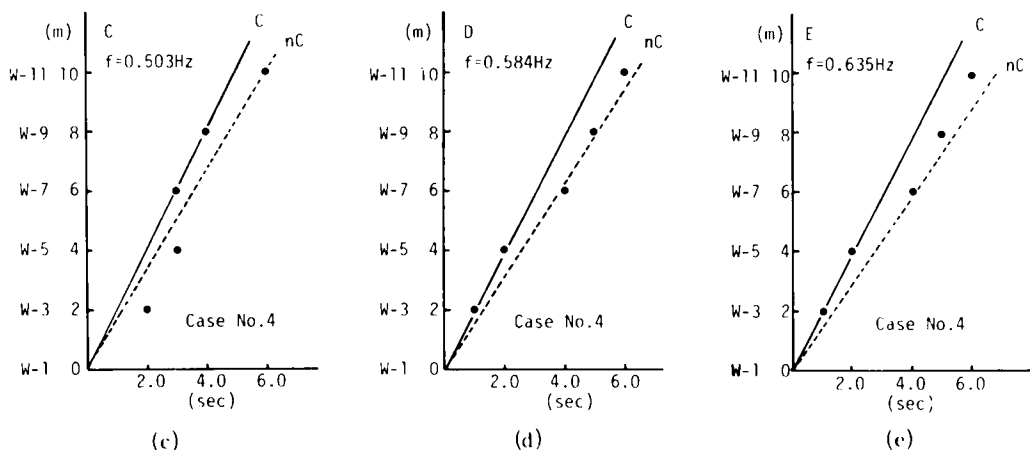


図-3.28 Developing spectrum におけるエネルギーピークの伝播特性

らわかるように、プロットした各点はむしろ、この点線との対応の方が良好である。前にも述べたように Developing spectrum において m の値を小さく、例えば $m=1$ とれば個々の波 (zero-up-cross wave 的概念による) の時間変化、伝播特性を把握することができる。したがって、この方法で定義したスペクトルの変位速度が群速度に等しいことは非常に示唆的である。すなわち、不規則波に対する式 (3.1) および (3.2) の仮定によれば、図-3.28 の各点はむしろ実線で示した微小振幅波理論による波速の関係式に従うはずのものである。ところが、実験値がむしろ破線で示した群速度で伝播していることを示していることから、不規則波の伝播に対しては、むしろ次のようなモデルの方が妥当と考えられる。すなわち、不規則波は前後に2～数波の比較的波高・周期のよく似た波が連なっていることが多い。数波の波列が一つの群をなし、これがあたかも、規則波の波列の Front wave 付近の波のようにその周波数に対応した群速度で伝播してゆくというものである。したがって、図-3.5 などに示した COH と ℓ/L_n の関係は、 ℓ の長さが平均的な波群の長さ以内であれば COH の値は1.0に近い値をとり、 ℓ が大きくなり波群の長さを越えると相互の波群の波に位相の連続性がないため、 COH の値は徐々に低下してゆく。しかし、上に述べたように、比較的短い区間、あるいは短い時間間隔であれば、 COH の値は1.0に非常に近い値を示し、これらから計算した2点間の位相差は微小振幅波理論によるそれとほぼ等しい値を取るように考える。 (不規則波の周期 - 波長 - 波速の関係については第6章で述べる。) 一方、図-3.18～20のように、同一波高計の記録であっても、相互のずらし時間 τ が、波群がその波高計を通過するのに要する時間内であれば、 COH の値は比較的1.0に近い値を示すが、 τ がそれより大きくなると、やはり前後の波群に位相の連続性がないため COH はしだいに小さくなってゆく。

第4節 結 語

この章では、浅海における不規則波の基本的な特性を明らかにするため、水平床 15 ケース、1/10 および 1/20 勾配の斜面を用いたそれぞれ 10 ケースの計 35 ケースの実験を行い、解析した結果について述べた。

第1節では、まず成分波の概念に基づく不規則波の理論を示し、この理論に基づいて最近行われた二、三の研究例について説明した。そしていずれの研究においても、波の伝播距離が増すにつれてコヒーレンスの値がすべての周波数帯で低下していることを指摘し、この線型理論の妥当性を検討するためにはさらに長い区間での不規則波の伝播特性を検討する必要があることを示した。

第2節では、主に実験の結果について説明した。すなわち、比較的短い区間でのコヒーレンスの値を検討した結果、 $0.75 f_p \leq f \leq 1.5 f_p$ の周波数帯の外ではその値が急激に低下する。また、この有効周波数帯内の値も、伝播距離の増加とともに徐々に低下してゆき、その割合は伝播距離 ℓ と成分波の波長 L_n との比 ℓ/L_n と密接に関係し、 ℓ/L_n の増加にともない、ほぼ直線的に 1.0 から 0.1 程度まで低下する。水平床においては、ピーク周波数による低下の様子に大きな差異はみられなかったが、斜面上では勾配が急になるにつれて、コヒーレンスの減少の勾配も急になる。また、この傾向はスペクトルのピーク周波数が小さいほど顕著であった。しかし、この実験の範囲内では、勾配が 1/10 の場合でも、 ℓ/L_n が 1.5 ~ 2.0 以下であればコヒーレンスの値は 0.8 を下ろすことはない。換言すれば、この程度の距離であれば、有効周波数帯内の各成分波に対し、理論に基づく線型の分散関係がほぼ成立しているとみなしてよいことがわかった。このことは 1/10 および 1/20 勾配の斜面上の波に対してもほぼ同様にいえる。特に斜面上で激しい砕波現象のみられた水深 15 cm 付近の各成分波に対しても、砕波していない部分の状況と大きな差は見られなかった。しかし、この分散関係は解析の手法にともなう制約のため、比較的短い区間での値を用いた検討にとどまった。

第3節では第2節で見られたコヒーレンスの低下の原因について検討した。まず、最初に、不規則波に対し、従来の成分波の重ね合わせモデルが妥当であるならば、このようなコヒーレンスの低下はあり得ないことを説明した。つぎに、 τ だけ時間をずらせた同じ時間記録のコヒーレンスを検討したところ、自由度により差があるが τ の増加にともない急激に値が低下することを示し、コヒーレンスの低下の理由が、高次の non-free-wave の存在でも説明できないことを明らかにした。このため、この原因は基本的な仮定、すなわち成分波の概念に問題があると考え、日野による Developing spectrum の手法を用いて short time spectrum を計算した。その結果、時間の経過とともにスペクトル形がかなり大きく変動し、この変動の様子は波の伝播の様子とかなり密接に関連しており、エネルギーの伝播速度は群速度にほぼ等しいことがわかった。このことから、浅海における不規則波の伝播は、式 (3.1) で表現されるような成分波が、個々の特性で進行してゆくと考えるより、周期のよく似た数波の波が一つの群をなし、その群が周期に応じた群速度で伝播し、前後の波群に相関はないと考える方がここで示したような種々の現象をよく説明できる。しかし、ここで示したモデルを実証すべき非定常スペクトルの解析法にはまだ問題も多く、今後とも研究を進める必要がある。最後に、ここでは Developing spectrum を計算するために $m=2$ 、すなわち 2 周期分のデータを用いて解析したが、この値をさらに小さくし、 $m=1$ とすればこれはゼロアップクロス法

で定義した波の概念とはほぼ一致し、元来別の解析法と考えられてきた波別解析法とスペクトル解析法とをある程度関連づけて論議することができると思われる。

参 考 文 献

- 1) 加藤 始・鶴谷広一：風波の成分波の波速について，第21回海岸工学講演会論文集，1974，pp. 255-259.
- 2) 光易 恒・郭 一羽：減衰領域における風波の研究 — 成分波の波速について —，第23回海岸工学講演会論文集，1976，pp. 323-328.
- 3) 石田 昭・金 泰順：風波の波数周波数スペクトルに関する実験的研究，第23回海岸工学講演会論文集，1976，pp. 317-322.
- 4) Taira, K.: Wave particle velocities measured with a doppler current meter, Jour. of Oceanographical Society of Japan, Vol. 27, No. 25, 1971, pp. 218-232.
- 5) Bretschneider, C. L.: Modification of wave spectra on the continental shelf and in the surf zone, Proc. 8th Conf. on Coastal Engineering, 1963, pp. 17-33.
- 6) 榎木 亨・田端竹千穂：減衰域における不規則波の変形について，第19回海岸工学講演会論文集，1972，pp. 143-148.
- 7) 酒井哲郎：不規則波の水深減少に伴う変形に関する研究，土木学会論文報告集，第216号，1973，pp. 9-20.
- 8) 岩垣雄一・他：琵琶湖における波浪観測について，京都大学防災研究所年報，第19号B，1976，pp. 361-379.
- 9) 前出の文献2)
- 10) 光易 恒・水野信二郎・本多忠夫・力石国男：海洋波の方向スペクトルについて(続)，第21回海岸工学講演会論文集，1974，pp. 261-265.
- 11) 土屋義人・山口正隆・小矢田宏：一様風域場における波浪の方向スペクトルの特性について，第24回海岸工学講演会論文集，1977，pp. 97-101.
- 12) 平 啓介：風から波への運動量輸送，海洋科学，Vol. 4, No. 11, 1972，pp. 25-31.
- 13) Mitsuyasu, H. and K. Rikiishi: On the growth of duration-limited wave spectra, Rept. of Research Institute for Appl. Mech., Kyushu Univ., Vol. XXIII, No. 72, pp. 31-60.
- 14) 日野幹雄：発達過程にある風波の非定常スペクトル，第23回海岸工学講演会論文集，1976，pp. 313-316.

第4章 不規則波の波高・周期の結合確率特性に関する研究

第1節 概 説

従来、不規則な海の波を解析する手段として、主にスペクトル解析法と、ゼロアップクロス法を中心とする波別解析法が用いられてきた。この2つの解析法を比較するとき、スペクトル法は微小振幅波理論に基づく理論的裏付けがあるが、波別解析法の方は一種の便宜的方法であるという漠然とした評価がなされてきたようである。しかし、第3章で指摘したように、浅海域における不規則波に対しては、スペクトル法も十分な理論的裏付けを持つものではない。また、砕波のような不連続な現象を取り扱うには、スペクトル法が不向きであることはなおさらである。従来このような場合には、波別解析法が有効な手段となると考えられてきた。しかし、この方法も、波の力学的な特性を十分考慮した上で考案された方法ではなく、従来より非常によく用いられてはいるが、この方法によってどの程度波の特性を把握し得るかという点に関する基礎的な研究は少ない。しかし上にも述べたように、浅海域における不規則波の解析は、この方法によらざるを得ないのが現状である。したがってこの方法に対する認識を深め、その有効性を検討する必要がある。

波別解析法として従来提案されている解析法には、次に示す3つの方法がある。

- (1) 極大水位法
- (2) crest-to-trough 法
- (3) ゼロアップクロス法

水位の極大値の確率分布に関しては、Cartwrightと Longuet-Higgins¹⁾の詳細な研究があるが、この定義法には周期の概念がともなわない。(2)のcrest-to-trough法は(1)の方法に準じた方法であるが、不規則波のスペクトル幅が大きい場合には波の定義法として若干自然さを欠く場合がある、などの理由で以上2つの方法はあまり用いられていない。一方、(3)のゼロアップクロス法は波高・周期の定義が明確であり、規則波との対応が容易であることから、非常によく用いられ、不規則波に対する波別解析法といえ、現在ではほぼこの方法を指すといってよい。

波別解析法がスペクトル解析法と並んで不規則波浪の解析法として用いられるのは、この方法で定義した波高あるいは周期の傾度分布がある一定の特性を示すためである。すなわち、波高および周期に対して確率分布が定義できるためである。これは風波のスペクトルに風速や fetch 等によって定まる一定の規則性があることと対応しており、現在では、波別解析法とは、ただ単に不規則な波形を区切って波を定義するだけではなく、確率分布を考慮して、不規則波全体の諸特性を推定する方法と考えられている。しかし、前にも述べたように、この方法は力学的な裏付けがないので、解析結果を有意なものとするためには、次の2点をまず明らかにする必要がある。

- (1) 波別解析法で定義した波の力学的特性
- (2) 波高および周期の確率分布、さらに両者の結合確率分布

この章では、このうち(2)の波別解析法、特にゼロアップクロス法で定義した波の波高と周期の個々の確率特性を検討した後、両者の結合確率特性について考察する。

第2節 周辺分布の検討

2.1 不規則波の波高の確率分布

第1節でも述べたように、ここではゼロアップクロス法で定義した不規則波の波高の確率特性について検討する。一般に、不規則波浪の時間記録 $\eta(t)$ は N を十分大きくとれば、次式のようなフーリエ級数の和で表わすことができる。

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t - \epsilon_n) \quad (4.1)$$

a_n の値は有限であるので、Lindeberg の条件²⁾を満たし、中心極限定理より $\eta(t)$ は正規分布をする。いま、この $\eta(t)$ に対して、Rice³⁾ の定義にもとづいて包絡線 $R(t)$ を引けば、 $R(t)$ は Rayleigh 分布をすることが容易に証明される⁴⁾。図-4.1 は $\eta(t)$ のスペクトルの幅が非常に小さい場合(narrow band spectrum)を想定してその包絡線を示したものであるが、この場合には図からもわかるように、 $R(t)$ の時間変化はきわめてゆるやかであり、 $\eta(t)$ の極大・極小点が $R(t)$ と一致し、その点の時間間隔はほぼ等しい。いいかえると、 $\eta(t)$ の極大・極小点は、等しい時間間隔で $R(t)$ 上に並ぶ。したがって、スペクトル幅が十分小さければ、 $\eta(t)$ の極大点もしくは極小点は、次式で示す Rayleigh 分布をする。

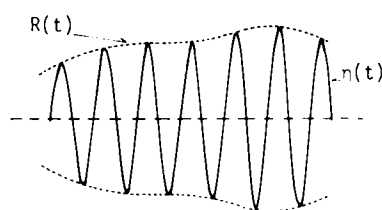


図-4.1 不規則波形とその包絡線

$$P(a) da = 2 \left(\frac{a}{a_r} \right) \exp \left\{ - \left(\frac{a}{a_r} \right)^2 \right\} \frac{da}{a_r} \quad (4.2)$$

ここに a は平均水位から極大点（あるいは極小点）までの距離であり、 a_r はその root-mean-square 値である。

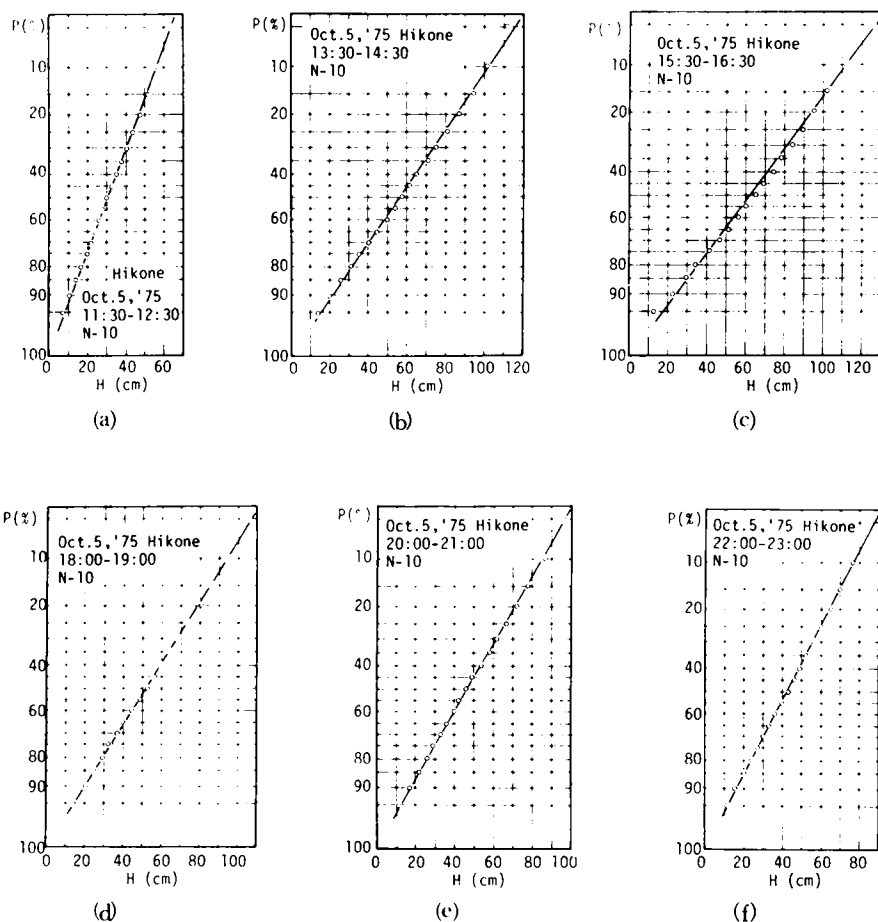
また、この仮定のもとでは、前述したように、 $R(t)$ の変化が非常にゆるやかであるので相前後する極大水位と極小水位の絶対値はほぼ等しい。このため、ゼロアップクロス法で定義した波高 H は極大水位の2倍となり、やはり Rayleigh 分布をする。Longuet-Higgins⁵⁾ もこれとは若干異なるが、同様の議論の後、狭帯域スペクトルの場合、波高の確率分布に Rayleigh 分布が応用できることを示した。

一方、Cartwright と Longuet-Higgins⁶⁾ は Rice³⁾ の極大値の確率特性に関する理論を発展させ、その確率分布〔式(2.15)〕はスペクトル幅に関するパラメーター ϵ 〔式(2.16), (2.17)〕により変化し、 $\epsilon = 0$ の場合に Rayleigh 分布に一致することを示した。不規則波において $\epsilon = 0$ となる場合が存在し得るか

どうか疑問であるが、スペクトルのバンド幅が狭ければ、前と同様にゼロアップクロス法で定義した波高は極大水位の2倍となりやはり Rayleigh 分布をする。このようにスペクトルのバンド幅が非常に狭い場合には、波高の確率分布は Rayleigh 分布をすることが理論的に証明されている。しかしながら、現地の不規則波浪は、数少ない例外（例えばうねり等）を除いて、狭帯域スペクトルの仮定が成立する場合は少なく、通常観測される風波はかなりの周波数帯にわたってエネルギーをもつ。このような状況における波高の理論分布は、現在のところまだ与えられていない。このため、過去においては Putz⁷⁾ のようにガンマ分布の適用を試みた例や、Rayleigh 分布とかなり異なる分布型のあることを指摘した合田ら⁸⁾ の研究もあった。しかし、数多くの現地観測、実験あるいは数値シミュレーションの結果、その波高の分布と Rayleigh 分布はいずれの場合も良好な対応を示し、現在では Rayleigh 分布の適応はほぼ定説になっているようである。したがってここでも、Rayleigh 分布との対応を中心に波高の確率特性を検討する。

図-2.48においてすでに示したように、シミュレーションにより得た不規則波の波高は、Rayleigh 分布と非常に良い対応を示すことがわかった。したがって、ここでは第3章で一部解析に用いた琵琶湖での観測記録を対象として検討を行う。

図-4.2(a)~(f)は、図中に示した時刻に、図-3.14のN-10の波高計で観測した波高の頻度分布を、



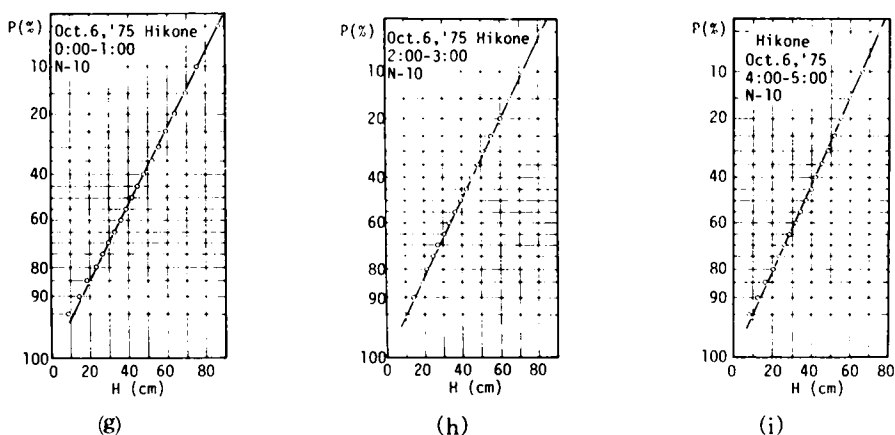


図-4.2 波高の非超過確率(彦根, N=10)

Rayleigh 確率紙にプロットしたものである。図より、(c)図のデータが若干下に凸な傾向を示す他は、図中に引いた直線とデータとの対応はよい。(c)のケースについても、 χ^2 検定により Rayleigh 分布との適合仮説を検討した結果、25%の有為水準があり、良好とはいえないまでも棄却されるほどではない。

図-4.3はデータと Rayleigh 分布の適合性を更に検討するために示したもので、やはり同じ琵琶湖の記録を解析し、平均波高 \bar{H} 有義波高 $H_{1/3}$ および 1/10 最大波高 $H_{1/10}$ と波高の root-mean-square 値 H_r との関係を示したものである。図中の3本の直線は次式で示される Rayleigh 分布の理論値⁵⁾である。

$$\frac{H^{(\rho)}}{H_r} = \left(\ln \frac{1}{\rho} \right)^{1/2} + \frac{1}{\rho} \int_{\left(\ln \frac{1}{\rho} \right)^{1/2}}^{\infty} \exp \{ -\theta^2 \} d\theta \quad (4.3)$$

ただし、 $\rho=1.0$ の場合が \bar{H} 、 $1/3$ が $H_{1/3}$ 、 $1/10$ が $H_{1/10}$ であって、それぞれ H_r との関係を示す。

図から、 \bar{H} 、 $H_{1/3}$ と式(4.3)との対応は非常に良好であるが、 $H_{1/10}$ の値が $H_r \geq 60$ cm の領域で理論式より幾分小さい値を示していることがわかる。目視による観測によれば、当日 N=10 (水深 4 m) 付近で碎波する波も若干見られたので、波高の大きな波が碎波し、平均する波の数の少ない $H_{1/10}$ に影響が大きくあらわれたものと推定される。

つぎに、値の大きい領域における Rayleigh 分布とデータとの適合性を検討するため、最高波の確率分布について検討する。Longuet-Higgins⁵⁾によれば、 N 波の波群の集合における波高の最大値の確率分布は

$$P_{\max}(H) dH = 2N \left(\frac{H}{H_r} \right) \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{H}{H_r} \right)^2 \right\} \right]^{N-1} \exp \left\{ - \left(\frac{H}{H_r} \right)^2 \right\} dH \quad (4.4)$$

のようになり、計算の便のため、若干の近似をすれば、その平均値 $E[H_{\max}]$ および最頻値 $M[H_{\max}]$ は次式で表わされる。

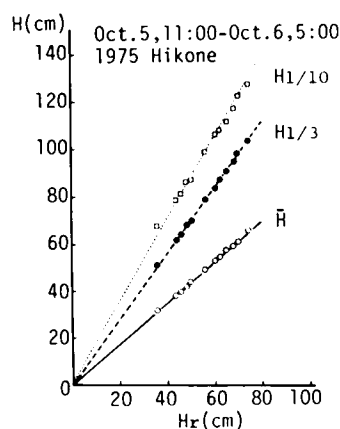


図-4.3 \bar{H} 、 $H_{1/3}$ 、 $H_{1/10}$ と H_r の関係(彦根)

$$\frac{E[H_{\max}]}{H_r} = (\ln N)^{1/2} + \frac{r}{2} (\ln N)^{-1/2} \quad (4.5)$$

$$\frac{M[H_{\max}]}{H_r} = (\ln N)^{1/2} \quad (4.6)$$

ここに式(4.5)における r はEulerの定数で0.5772……である。

図-4.4は比較的定常な状態が続いた昭和50年10月5日18:00~20:00の間の約2,000波を用いて、式(4.4)との対応性を検討したものであり、 $N=50$ とした。図からわかるように、観測値の数が40と少ないにもかかわらず図中に実線で示した式(4.4)と比較的よく一致していることがわかる。また図-4.5は N による H_{\max}/H_r の変化を検討したもので、図中の曲線は式(4.5)である。図より、実測値は幾分小さい値を示しているが式(4.5)とかなり良く一致していることがわかる。

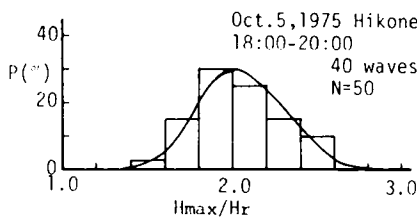


図-4.4 波群(50波)の最大波高の頻度分布(彦根)

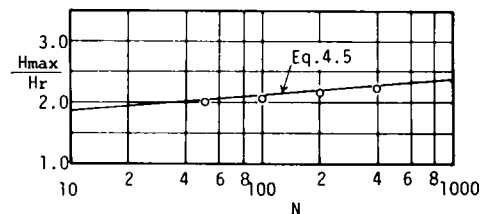


図-4.5 N による最大波高の変化(彦根)

以上、現地波浪の波高の確率分布に対するRayleigh分布の適応性について若干の検討を試みた。その結果、ここで用いたデータの範囲内では、従来と同様、Rayleigh分布の適用がほぼ妥当であることがわかった。しかし、前にも述べたように波高の確率分布に対する理論的な解が与えられていない以上、Rayleigh分布も一種の実験公式にすぎない。したがって図-4.2(c)のようにRayleigh分布と一致しなくなるのはどのような場合か、そしてその場合にはどのような取り扱いをすればよいのか等の問題が今後の研究課題として残されている。

2.2 不規則波の周期の確率分布

2.1でも述べたように、ゼロアップクロス法で定義した波高の確率分布に関する研究は、従来より非常に数多く行われており、そのほとんどの研究において、Rayleigh分布との対応が良好であると結論づけられている⁹⁾。しかしながら、同じ方法で定義した周期の確率分布に関する研究は非常に少なく、まだその一般的な特性について十分な検討が行われるまでには至っていない。

Rice³⁾は、正規性不規則信号が0線から出発して次に0線を横切るまでの時間 τ の確率特性について理論的な検討を行った。その結果、次式で示すような実行困難な無限積分級数に達着した。

$$\begin{aligned} P(\tau) = & p_0(\tau) - \frac{1}{1!} \int_0^\tau p_1(r, \tau) dr + \frac{1}{2!} \int_0^\tau \int_0^\tau p_2(r, s, \tau) dr ds \\ & - \frac{1}{3!} \int_0^\tau \int_0^\tau \int_0^\tau p_3(r, s, t, \tau) dr ds dt + \dots \dots \dots \quad (\tau > t > s > \tau > \dots) \end{aligned} \quad (4.7)$$

ここに $p_0(\tau)$ は τ と $\tau + d\tau$ の間で $\tau(t)$ が 0 となる確率であり、 $p_1(r, \tau)$ は曲線が τ と $\tau + d\tau$ および r と $r + dr$ の間で 0 をとる確率、 $p_2(r, s, \tau)$ は曲線が τ と $\tau + d\tau$, s と $s + ds$ および r と $r + dr$ の間で 0 を取る確率であり、以下同様である。この積分の実行はきわめて困難であり、Rice は第 1 項のみを用いた次の近似解を得たにとどまった。

$$P(\tau) = \frac{d\tau}{2\pi} \left[\frac{\psi_0}{-\psi_0''} \right]^{1/2} \left[\frac{M_{23}}{H} \right] (\psi_0'^2 - \psi_\tau'^2)^{-3/2} [1 + H \cot^{-1}(-H)] \quad (4.8)$$

ただし、 H は

$$H = M_{23} \{ M_{22}^{-2} - M_{23}^{-2} \}^{-1/2} \quad (4.9)$$

であり、 M_{22} および M_{23} は

$$M = \begin{bmatrix} \psi_0 & 0 & \psi_\tau' & \psi_\tau \\ 0 & -\psi_0'' & -\psi_\tau'' & -\psi_\tau' \\ \psi_\tau' & -\psi_\tau'' & -\psi_0'' & 0 \\ \psi_\tau & -\psi_\tau' & 0 & \psi_0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

なる行列における余因子である。

また、行列 M の各要素は

$$\begin{aligned} \psi_\tau &= \int_0^\infty S(f) \cos 2\pi f \tau df \\ \psi_\tau' &= -2\pi \int_0^\infty f S(f) \sin 2\pi f \tau df \\ \psi_\tau'' &= -4\pi^2 \int_0^\infty f^2 S(f) \cos 2\pi f \tau df \\ \psi_0 &= \psi_\tau|_{\tau=0}, \quad \psi_0'' = \psi_\tau''|_{\tau=0} \end{aligned} \quad (4.11)$$

である。図-4.6 は竹内・山本¹⁰⁾による数値シミュレーションの結果であり、図の右上に示したように、0 ~ 1.0 Hz まで平坦なエネルギーの分布特性を有する不規則信号のゼロクロス点間の長さの頻度分布である。また、図中の黒丸がシミュレーション値（データ数 4,826 個）である。図から、 τ とその平均値 $\bar{\tau}$ との比が小さい領域ではシミュレーション結果と Rice による理論式は比較的よく対応しているが、 $\tau/\bar{\tau} = 1.8$ 付近より大きい部分では徐々に差が開いてきている。特に理論式において、 $\tau/\bar{\tau} = 2.6$ 付近で第 2 のピークが現われている。Rice による理論式の計算を更に進めると、 τ が大きくなるにつれて第 3、第 4 のピークが現われてくる。これは式 (4.7) の高次の項を無視したことによるもので、式 (4.8) の本質的な欠陥である。

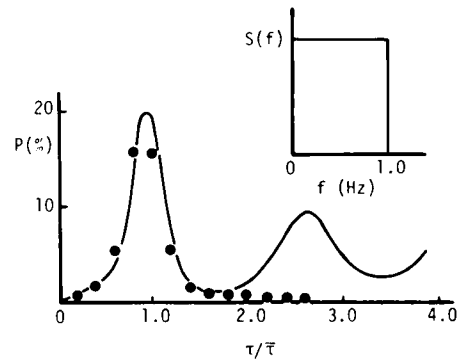


図-4.6 ゼロクロス点間の確率分布
(竹内・山本¹⁰⁾より)

その後、Longuet-Higgins¹¹⁾ による近似精度の向上、あるいは竹内ら¹⁰⁾ のように Rice の解の補正など、解析解を得るための種々の努力が払われてきた。最近では Longuet-Higgins¹²⁾ が狭帯域スペクトルの仮定のもとに、次式で示す確率分布を導いた。

$$P(\tau) = \frac{\nu^2}{2[\nu^2 + (\tau - 1)^2]^3} \quad (4.12)$$

ただし

$$\nu = \left[\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1 \right]^{1/2}$$

であり、 m_0, m_1 および m_2 は式 (2.17) で与えられる。

しかし、この狭帯域の仮定は、結果の普遍性に大きな制約をおよぼすため、現地の風波への適用性は良くない。

このように、Rice に始まるこの問題 (zero-crossing-problem) に対する解析解はまだ与えられていない。また、たとえ与えられたとしても、ゼロアップクロス波の周期の確率特性を知るためには、相続く 2 つのゼロクロス点間の 2 次元結合確率特性が必要である等まだ大きな問題が残されている。

一方、Bretschneider¹³⁾ は Mexico 湾などでの現地観測の記録を検討し、ゼロアップクロス波の周期 T の確率分布として、次のいわゆる T^2 -Rayleigh 分布を提案した。

$$P(T) dT = 2.7 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^3 \exp \left[-0.675 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^4 \right] \frac{dT}{\bar{T}} \quad (4.13)$$

ここに \bar{T} は平均周期である。合田・永井¹⁴⁾ は名古屋港などでの観測結果をもとに、十分に発達した風波に対しては、式 (4.13) がかなりよく対応すると報告している。しかし、周期の分布形は式 (4.8) から予想されるように、状況に応じてかなり変化するであろう。すなわち、狭帯域スペクトルにおいては T の分布形も狭くなるであろうし、逆に広帯域スペクトルの場合には分布形も広くなるであろう。この意味において、式 (4.13) のように分布形が固定されてしまうのは好ましくない。そこで、ここでは周期 T の確率分布として、より一般的な Weibull 分布の適用を試みた。

以下、ここではこの Weibull 分布をもとにして、種々の統計量を導き、実験結果と比較して、周期の確率分布としての Weibull 分布の適用性を詳細に検討する。

Weibull 分布の確率密度関数 $P(T)$ は次式で与えられる。

$$P(T) dT \begin{cases} = Bn \left(\frac{T}{T_r} \right)^{n-1} \exp \left\{ -B \left(\frac{T}{T_r} \right)^n \right\} \frac{dT}{T_r} & T \geq 0 \\ = 0 & T < 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

ここで、 B は定数、 n および T_r はそれぞれ、この分布の形状母数および root-mean-square 値である。定義より、この分布の原点に関する q 次のモーメント M_q は、

$$M_q = \int_0^\infty T^q P(T) dT = B^{q/n} T_r^q \Gamma \left(\frac{n+q}{n} \right) \quad (4.15)$$

となる。ここに $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。いま、 $T_r^2 = M_2$ であることから、

$$B = \Gamma \left(\frac{n+2}{n} \right)^{n/2} \quad (4.16)$$

となる。したがって、式(4.14)は n と T_r によりその形が決定され、さらに T_r を用いて T を正規化すれば n のみにより決定される。図-4.7は n を変化させた場合の式(4.14)の形状変化を示したもので、 $n=1$ の場合が指数分布、 $n=2$ の場合が Rayleigh 分布、 $n=4$ の場合が Bretschneider による T^2 -Rayleigh 分布になる。図より、 n の値が大きくなるにつれて、次第に急峻な分布形状を示すようになることがわかる。図-4.8(a)~(d)は Weibull 分布の適合性を検討したもので、実験値は第2章のシミュレーション実験の結果を解析したものである。図中の破線が Weibull 分布であり、形状母数は Weibull 確率紙を用いて決定した。各図とも実験値と Weibull 分布との対応は非常に良好であることがわかる。

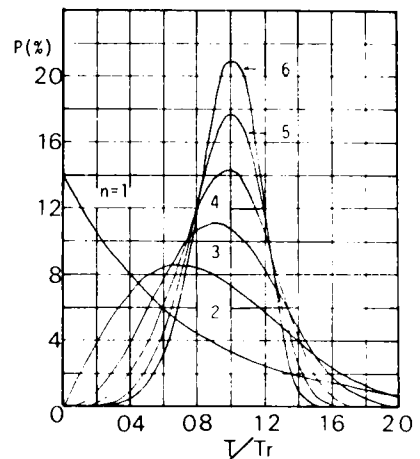


図-4.7 形状母数による Weibull 分布の変化

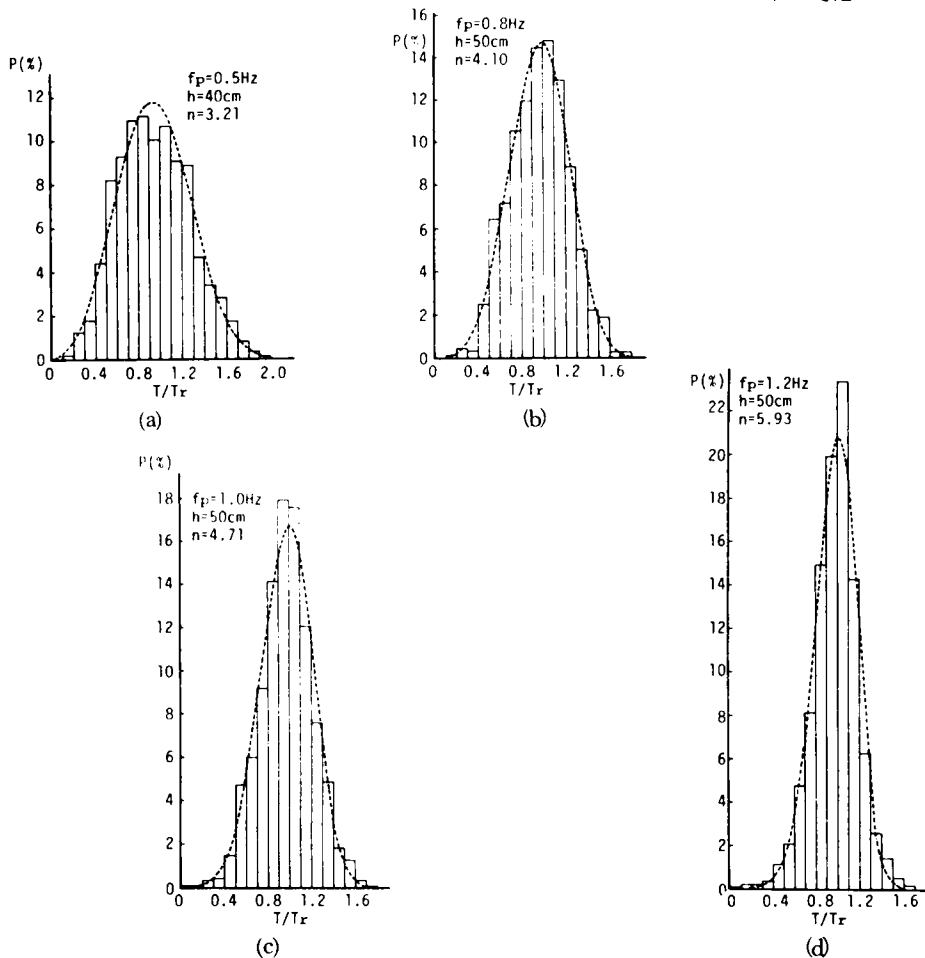


図-4.8 周期の頻度分布と Weibull 分布の比較

ため、波高分布における $H_{1/3}$ もしくは $H_{1/10}$ のような超過平均値について検討する。

周期 T が特定の値 T_0 を超える確率 $\varphi(T_0)$ は式 (4.14) より次式で与えられる。

$$\varphi(T_0) = \int_{T_0}^{\infty} P(T) dT = \exp \left\{ -B \left(\frac{T_0}{T_r} \right)^n \right\} \quad (4.17)$$

ここで、 $\varphi(T_0)$ を ρ とおくと

$$\rho = \exp \left\{ -B \left(\frac{T_0}{T_r} \right)^n \right\}, \quad \frac{T_0}{T_r} = (\ln \rho^{-1/B})^{1/n} \quad (4.18)$$

となる。周期の大きなものから ρ ($0 \leq \rho \leq 1$) までの超過平均値 $T^{(\rho)}$ は次式のようにして得られる。

$$\begin{aligned} \varphi(T_0) T^{(\rho)} &= \int_{T_0}^{\infty} T P(T) dT \\ &= T_0 \exp \left\{ -B \left(\frac{T_0}{T_r} \right)^n \right\} + \int_{T_0}^{\infty} \exp \left\{ -B \left(\frac{T}{T_r} \right)^n \right\} dT \end{aligned} \quad (4.19)$$

いま $T/T_r = \theta$ とおけば式 (4.17), (4.18) より

$$\frac{T^{(\rho)}}{T_r} = (\ln \rho^{-1/B})^{1/n} + \frac{1}{\rho} \int_{(\ln \rho^{-1/B})^{1/n}}^{\infty} \exp \left\{ -B \theta^n \right\} d\theta \quad (4.20)$$

となる。上式において $n=2$ とすれば、式 (4.16) より $B=1$ となり、Longuet-Higgins による式 (4.3) に一致する。

図-4.9, 4.10, 4.11 はそれぞれ $T^{(1.0)}/T_r$, $T^{(1/3)}/T_r$ および $T^{(1/10)}/T_r$ の n による変化を示したものである。各図とも図中の実線が式 (4.20) による理論曲線であり、○印が前にも述べたシミュレーション実験の結果を解析したものである。各図とも実験値と式 (4.20) との対応は非常に良好である。これらの図からも、周期の頻度分布に対する Weibull 分布の適応性は非常に良いことがわかる。図-4.9 の結果は別にして、図-4.10, 4.11 の結果は、 T/T_r の大きな部分における実験値と Weibull 分布の対応が良好であることを示している。つぎに、更に大きな部分での対応性を検討するため、周期の最大値の確率特性について検討する。

いま、Weibull 分布に従う T の集合において、任意の T がある値 T_0 を超えない確率は式 (4.17) より

$$\int_0^{T_0} P(T) dT = 1 - \varphi(T_0) \quad (4.21)$$

で与えられる。ここで、その最大値を推定しようとする周期の集合が N 個のデータから成り立っているとすれば、すべてのデータがある値 T_0 を超えない確率は $\{1 - \varphi(T_0)\}^N$ となる。したがって、少なくとも 1 個以上のデータが T_0 を超え

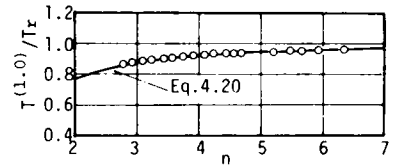


図-4.9 n による $T^{(1.0)}/T_r$ の変化

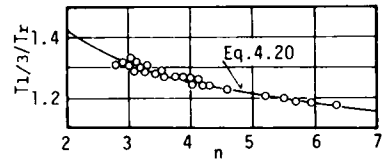


図-4.10 n による $T^{(1/3)}/T_r$ の変化

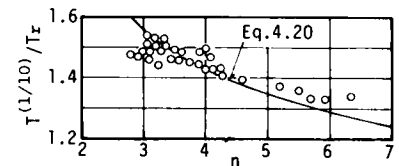


図-4.11 n による $T^{(1/10)}/T_r$ の変化

る確率は、現象として $\{1 - \varphi(T_0)\}^N$ の余事象であることから $1 - \{1 - \varphi(T_0)\}^N$ となる。したがって N 個のデータのうち、最大の T が T_0 と $T_0 + dT$ の間に存在する確率は、少なくとも一つのデータが T_0 を超える確率から少なくとも一つのデータが $T_0 + dT$ を超える確率を差し引けばよい。いまそれらを、

$$f(T_0) = \{1 - \{1 - \varphi(T_0)\}^N\} \quad (4.22)$$

$$f(T_0 + dT) = \{1 - \{1 - \varphi(T_0 + dT)\}^N\} \quad (4.23)$$

とし、式(4.23)をTaylor展開し、その第2項までとれば

$$\begin{aligned} f(T_0) - f(T_0 + dT) &= -dT f'(T_0) \\ &= -d \{1 - \{1 - \varphi(T_0)\}^N\} \\ &= -N \{1 - \varphi(T_0)\}^{N-1} \frac{d\varphi(T_0)}{dT} dT \end{aligned} \quad (4.24)$$

のようになり、最終的に T_{\max} の確率密度関数 $P_{\max}(T)$ は、

$$P_{\max}(T) dT = BnN \left(\frac{T}{T_r}\right)^{n-1} \left[1 - \exp\left\{-B\left(\frac{T}{T_r}\right)^n\right\}\right]^{N-1} \exp\left\{-B\left(\frac{T}{T_r}\right)^n\right\} dT \quad (4.25)$$

となる。式(4.25)より T_{\max} の期待値 $E[T_{\max}]$ は、定義から、

$$E[T_{\max}] = -\int_0^\infty T d\{1 - \{1 - \varphi(T)\}^N\}$$

であり、若干の計算の後

$$\frac{E[T_{\max}]}{T_r} = \frac{\Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right)}{B^{1/n}} \sum_{i=1}^N i^{-1/n} (-1)^{i+1} N C_i \quad (4.26)$$

となる。ここに $N C_i$ は項数 N の2項係数の第 i 項である。ところが式(4.26)は N の数が増すにつれて計算がきわめて煩雑になる。したがって、若干の近似をして計算を進めると、次の近似式を得る。

$$\frac{E[T_{\max}]}{T_r} = \Gamma\left(\frac{n+2}{n}\right)^{1/2} \left\{(\ln N)^{1/n} + \frac{r}{n} (\ln N)^{(1-n)/n}\right\} \quad (4.27)$$

ここに r は Euler の定数である。上式において $n=2$ とすれば、Longuet-Higgins⁵⁾ による式(4.5)に一致する。

図-4.12は式(4.25)の妥当性について検討したもので、前述したシミュレーション実験で得た約3,500波の連続した波の記録を50波ごとに区切り、それぞれの区間の周期の最大値70個を $T_r/10$ ごとのランクにわけて示したもので、破線は式(4.25)である。このデータの形状母数 n は3.59であり、シミュレーション実験ではこの程度の値を示す結果が多かった。図より、式(4.25)と実験値の対応は非常に良好であることがわかる。つぎに、図-4.13はやはり同じ記録を用いて周期の最大値の平均の N による変化の様子を検討したものである。図中には式(4.27)をあわせて示したが、実験値との対応は非常に良好であることがわかる。また、図中の破線は式(4.25)の Mode 値を示

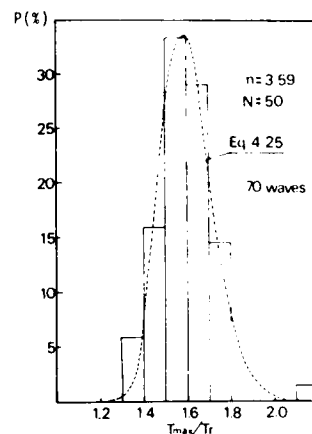


図-4.12 周期の最大値の頻度分布

したもので、近似的に次式で示される。

$$\frac{[P_{\max}(T)]_{\text{mode}}}{T_r} \cong I' \left(\frac{n+2}{n} \right)^{-1/2} (\ln N)^{1/n} \quad (4.28)$$

以上のように、実験値と Weibull 分布とは細部に至るまで非常に良い適合性を示すことがわかった。したがって、周期の確率分布に Weibull 分布を用いることに問題はない。しかし、前にも述べたように、この分布は現象に即して理論的に導かれたものでないので、分布の形状母数 n が何によって決まるかが不明である。したがって、つぎにこの点について検討する。

前にも述べたように、Weibull 分布の形状母数とスペクトル形との間には、かなり密接な相関関係が存在することが予想される。例えば狭帯域スペクトルの場合には、 n の値は大きく狭い分布形をするであろうし、逆に広帯域スペクトルの場合には、 n の値は小さく平坦な分布形をするであろう。現在、スペクトルの形状に関するパラメーターとして、最も一般的に用いられているのは式(2.16)で示した ϵ であろう。図-4.14はこの ϵ と n の関係をシミュレーション実験の結果を用いて検討したものである。図より、実験値は幾分ばらついてはいるが破線で平均的な傾向を示したように、明確な右下りの傾向をもち、上の予測を裏づけていることがわかる。

以上、周期の確率特性について検討した結果、その確率分布には、十分な精度で Weibull 分布が適用できること、また、その形状母数はスペクトル幅に関するパラメーター ϵ と非常に密接な関係があることなどがわかった。

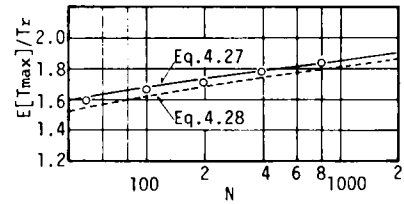


図-4.13 最大周期の N による変化

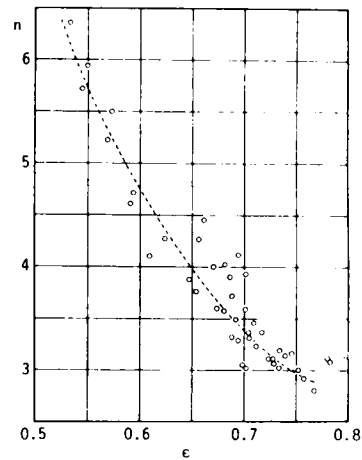


図-4.14 n と ϵ の関係

第3節 波高・周期の結合確率分布

3.1 従来の研究

不規則波の波高・周期の結合確率分布を求めるための基礎となる、波高および周期のそれぞれの確率特性に関する研究の現状は第2節に述べた通りである。このような従来の研究の結果を考えると、波高・周期の結合確率分布が満たすべき必要条件として、次のような要件を挙げることができる。

- (1) 波高の確率分布は Rayleigh 分布であること。
- (2) 周期の確率分布は Weibull 分布、もしくはそれに非常に近い分布であること。
- (3) 波高および周期の相関特性が考慮されていること。

Bretschneider¹³⁾は十分に発達した風波においては、波高と周期との間にはほとんど相関がなくなるとして、次式を提案した。

$$p(h', t') dh' dt' = 1.35 \pi h' e^{-\frac{\pi}{4} h'^2} \cdot t'^3 e^{-0.675 t'^4} dh' dt' \quad (4.29)$$

ただし、 h' 、 t' は波高および周期の値をそれぞれの平均値で正規化したものである。一方、Longuet-Higgins¹²⁾は、式(4.1)のように示される不規則波形が $R(t)$ を式(4.1)の包絡線、 $x(t)$ を $\omega_m t + \psi(\omega_m$ ：平均周波数、 ψ ：その初期位相角)として

$$\eta(t) = R(t) \cos x(t) \quad (4.30)$$

でも示されることを利用し、狭帯域スペクトルの場合の波高・周期の結合分布を次のように与えた。

$$p(h', t') = \frac{2 h'^2}{\sqrt{\pi} \nu} \exp \left\{ -h'^2 \left[1 + \frac{(t'-1)^2}{\nu^2} \right] \right\} \quad (4.31)$$

ここに ν はスペクトル幅に関するパラメーターであり、

$$\nu = \left[\frac{m_0}{m_1^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (4.32)$$

で示される。 ν の値が十分小さい時には、式(2.16)の ϵ の値の1/2にはほぼ等しくなる。式(4.31)の分布形は $t'=1$ を中心として左右対称な分布であるが、この式には h' と t' の相関を示すパラメーターは入っておらず、両者の相関係数は0となる。にもかかわらず、式(4.31)はそれぞれの周辺分布であるRayleigh分布と、式(4.12)の確率分布の単純な積の形になっていないとか、周期 t' が負の領域まで定義されている等の形式上の不備もあるが、基本的な仮定を満たす狭帯域の不規則波に対しては、データの多い部分でかなり良好な適合性を示すようである¹⁵⁾。この2者の研究を比較するとき、Bretschneiderは十分発達した風波に対して、すなわちスペクトル幅が広い時には、波高と周期の相関係数が0に近づくと考え、逆にLonguet-Higginsは狭帯域スペクトルの場合に相関係数が0になるという結果を導いている。合田¹⁵⁾の数値実験によれば、スペクトル幅パラメーター ϵ と波高・周期の相関係数との間には明確な相関関係が存在し、 ϵ の増加とともに相関係数が大きくなってゆく。この結果は $\epsilon=0$ の場合に相関が0としたLonguet-Higginsの結果を支持している。しかし、両研究とも、前に掲げた波高・周期の結合分布が具備すべき第(3)の要件を満たしておらず、結果の適用範囲がかなり制約されている。

Battjes¹⁶⁾はRice³⁾が雑音電流の包絡線の結合確率分布として導いた2次元分布が、周辺分布として2つのRayleigh分布を与えることに着目して、波高・周期の結合分布に応用した。

$$p(h', t') dh' dt' = \frac{\pi^2}{4} \frac{h' t'}{1-k^2} \exp \left(-\frac{\pi}{4} \frac{h'^2 + t'^2}{1-k^2} \right) I_0 \left(\frac{\pi}{2} \frac{k}{1-k^2} h' t' \right) dh' dt' \quad (4.33)$$

ここに、 $I_0(\quad)$ は変形ベッセル関数である。また、 $4k^2$ が h'^2 と t'^2 の相関係数と一致する。式(4.33)は周期の確率分布としては T^2 -Rayleigh分布を採用したことになる。しかし、前にも述べたように、周期の確率分布はスペクトルの形状に応じて変化するものであり、より一般的な分布形状が望ましい。そこで、ここでは、前に示した3つの要件を満たす波高と周期の結合確率分布を導くことを目指す。

3.2 2次元 Weibull 分布

Rayleigh 分布が Weibull 分布の一特殊型であることを利用すれば、式(4.33)は比較的簡単に Rayleigh～Weibull 結合分布に変換することができる。しかし、この式は周辺分布である2つの Rayleigh 分布が共通の統計学的モーメントを持つように導かれている。したがって、一方の変数を変換して式(4.33)を Rayleigh～Weibull 確率分布に変換した場合、いずれか一方の統計学的モーメントを決定すれば、他方の統計学的モーメントも一意的に固定してしまうことになる。このため、一方の確率分布は平均値あるいは rms 値等で正規化した比較的使いやすい関数形を選ぶことができるが、その結果他方の確率分布は統計学的に特に意味のない値で正規化された関数形になる。したがってデータの正規化のために煩雑な変数変換を行う必要が生じ、応用の際の障害になり、正確な判断を困難にさせる。このため、ここでは波高と周期の確率分布をともに使いやすい関数形で与えるため、Riceの手法に従って新たに2次元 Weibull 分布を導く。

いま、次式で示される2つの変数 $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$ を考える。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(t) &= \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t - \epsilon_{1n}) \\ \eta_2(t) &= \sum_{n=1}^N b_n \cos(\omega_n t - \epsilon_{2n}) \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

ここに a_n , b_n は振幅, ω_n は角周波数を表わし, ϵ_{1n} および ϵ_{2n} は初期位相角で、ともに ω_n に無関係に0から 2π の間に一様に分布する。いま $\eta_1(t)$ を次式のように変形する。

$$\begin{aligned} \eta_1(t) &= \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t - \omega_m t - \epsilon_{1n} + \omega_m t) \\ &= I_1(t) \cos \omega_m t - I_2(t) \sin \omega_m t \end{aligned} \quad (4.35)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I_1(t) &= \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t - \omega_m t - \epsilon_{1n}) \\ I_2(t) &= \sum_{n=1}^N a_n \sin(\omega_n t - \omega_m t - \epsilon_{1n}) \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

ω_m は中心周波数である。まったく同様にして、 $\eta_2(t)$ を

$$\eta_2(t) = I_3(t) \cos \omega_m t - I_4(t) \sin \omega_m t \quad (4.37)$$

のようにおくと、 $I_3(t)$, $I_4(t)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} I_3(t) &= \sum_{n=1}^N b_n \cos(\omega_n t - \omega_m t - \epsilon_{2n}) \\ I_4(t) &= \sum_{n=1}^N b_n \sin(\omega_n t - \omega_m t - \epsilon_{2n}) \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

式(4.30)でも示したように、式(4.34)はそれぞれ次式のように書きかえることができる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(t) &= R_1(t) \cos \chi_1(t) \\ \eta_2(t) &= R_2(t) \cos \chi_2(t) \end{aligned} \right\}$$

$$\eta_2(t) = R_2(t) \cos x_2(t) \quad \left. \vphantom{\eta_2(t)} \right\} \quad (4.39)$$

ただし、 R_1 、 R_2 、 x_1 および x_2 は式 (4.35) および (4.37) よりそれぞれ次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} R_1(t) &= \sqrt{I_1^2(t) + I_2^2(t)} \quad , \quad R_2(t) = \sqrt{I_3^2(t) + I_4^2(t)} \\ x_1(t) &= \omega_m t + \psi_1 \quad : \quad \psi_1 = \tan^{-1} \frac{I_2}{I_1} \\ x_2(t) &= \omega_m t + \psi_2 \quad : \quad \psi_2 = \tan^{-1} \frac{I_4}{I_3} \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

式 (4.35)、(4.37) および (4.40) からわかるように、式 (4.39) の R_1 および R_2 はそれぞれ Rice³⁾ の定義にもとづく η_1 および η_2 の包絡線である。前にも述べたように、正規性不規則信号の包絡線は Rayleigh 分布をする。ここでも Rice³⁾ と同様に、 R_1 と R_2 の結合分布である 2 次元 Rayleigh 分布をまず導く。その際に前に示した問題点を改善しつつ、最終的に 2 次元 Weibull 分布を導く。

式 (4.34) の η_2 を $\eta_2(t) = C\eta_1(t + \tau)$ 、(C, τ は定数) となるように b_n 、 ϵ_{2n} を決めると、 $I_3(t)$ 、 $I_4(t)$ は新たに次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} I_3(t) &= C \sum_{n=1}^N a_n \cos \{ (\omega_n - \omega_m)(t + \tau) - \epsilon_{1n} \} \\ I_4(t) &= C \sum_{n=1}^N a_n \sin \{ (\omega_n - \omega_m)(t + \tau) - \epsilon_{1n} \} \end{aligned} \right\} \quad (4.41)$$

η_2 をこのようにおくことで、新たに定義された包絡線 R_2 は R_1 に比して分散が C^2 倍で τ だけ時間の進んだ完全に相似な関数となる。ここではこの C 、 τ の値は特定しないが、後に示すように、 C を変化させることで R_1 および R_2 の周辺分布の統計学的パラメーターを、 τ を変化させることで R_1 と R_2 との相関係数を任意に設定することが可能となる。

まず、式 (4.41) のように再定義した I_3 と I_4 および I_1 、 I_2 の結合確率分布を導く。 I_1 、 I_2 、 I_3 および I_4 の 4 つの変数は、それぞれの式における和の数 N を無限に大きくしてゆけば、 a_n が有限であるかぎり、Lindeberg の条件を満たし、中心極限定理から、平均値 0 の正規分布をする。4 変数の結合正規確率分布はよく知られているように、

$$P(I_1, I_2, I_3, I_4) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{|\mathbf{M}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{R} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{R}^t \right\} \quad (4.42)$$

で与えられる。ここに \mathbf{R} は、

$$\mathbf{R} = (I_1, I_2, I_3, I_4) \quad (4.43)$$

で表わされる行列であり、 \mathbf{R}^t はその転置行列である。また \mathbf{M} は相関行列であり、その各要素 μ_{ij} ($= \langle I_i \cdot I_j \rangle$) は式 (4.36) と (4.41) からそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mu_{11} &= \mu_{22} = \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2}{2} = \phi_1 \\ \mu_{33} &= \mu_{44} = C^2 \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2}{2} = \phi_2 \\ \mu_{12} &= \mu_{21} = \mu_{34} = \mu_{43} = 0 \\ \mu_{13} &= \mu_{31} = \mu_{24} = \mu_{42} = C \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2}{2} \cos(\omega_n - \omega_m) \tau \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

$$\mu_{14} = \mu_{41} = -\mu_{23} = -\mu_{32} = C \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2}{2} \sin(\omega_n - \omega_m) \tau \quad \left. \vphantom{\sum_{n=1}^N} \right\}$$

したがって、 \mathbf{M} は

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \phi_1 & 0 & \mu_{13} & \mu_{14} \\ 0 & \phi_1 & -\mu_{14} & \mu_{13} \\ \mu_{13} & -\mu_{14} & \phi_2 & 0 \\ \mu_{14} & \mu_{13} & 0 & \phi_2 \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

となり、その逆行列は

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{M}|}} \begin{pmatrix} \phi_2 & 0 & -\mu_{13} & -\mu_{14} \\ 0 & \phi_2 & \mu_{14} & -\mu_{13} \\ -\mu_{13} & \mu_{14} & \phi_1 & 0 \\ -\mu_{14} & -\mu_{13} & 0 & \phi_1 \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

となる。また行列 \mathbf{M} の絶対値は

$$|\mathbf{M}| = (\phi_1 \phi_2 - \mu_{13}^2 - \mu_{14}^2)^2 \quad (4.47)$$

である。いま $|\mathbf{M}| = A^2$, $\mu_{13}^2 + \mu_{14}^2 = \rho^2$ とおけば、最終的に I_1, I_2, I_3, I_4 の結合分布は

$$p(I_1, I_2, I_3, I_4) = \frac{1}{4\pi^2 A} \exp \left\{ -\frac{1}{2A} [(\phi_2 I_1^2 + \phi_2 I_2^2 + \phi_1 I_3^2 + \phi_1 I_4^2) - 2\mu_{13}(I_1 I_3 + I_2 I_4) - 2\mu_{14}(I_1 I_4 - I_2 I_3)] \right\} \quad (4.48)$$

で与えられる。いま、この式に対して、次のような変数変換をほどこす。

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= x^{m/2} \cos \theta_1, & I_2 &= x^{m/2} \sin \theta_1 \\ I_3 &= y^{n/2} \cos \theta_2, & I_4 &= y^{n/2} \sin \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

式(4.48)より

$$\begin{aligned} & p(I_1, I_2, I_3, I_4) dI_1 dI_2 dI_3 dI_4 \\ &= \frac{mn}{16\pi^2 A} x^{m-1} y^{n-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2A} [(\phi_2 x^m + \phi_1 y^n) - 2\mu_{13} x^{m/2} y^{n/2} \cos(\theta_2 - \theta_1) - 2\mu_{14} x^{m/2} y^{n/2} \sin(\theta_2 - \theta_1)] \right\} dx dy d\theta_1 d\theta_2 \end{aligned} \quad (4.50)$$

となる。式(4.49)における m, n の値をともに2とすれば、 x および y は式(4.40)にも示したように、それぞれ τ_1, τ_2 の包絡線となり、式(4.50)は τ_1, τ_2 の包絡線とその位相角の結合分布になっている。この位相角はここでは検討の対象外であるので、ともに0から 2π まで積分して消去する。その後、 x および y がそれぞれ h と $h+dh$, t と $t+dt$ との間に入る確率を求めると、式(4.50)から次式のように与えられる。

$$p(h, t) dh dt = \frac{mn}{4A} h^{m-1} t^{n-1} \exp \left[-\frac{1}{2A} (\phi_2 h^m + \phi_1 t^n) \right] I_0 \left(\frac{h^{m/2} t^{n/2}}{A} \rho \right) dh dt \quad (4.51)$$

ここに $A = (\phi_1 \phi_2 - \rho^2)$ である。式(4.51)が求める2次元 Weibull 分布である。この式は $h \geq 0, t \geq 0$ に対して与えられる式で、 $h < 0, t < 0$ の場合は $p(h, t) = 0$ となる。したがって以下の議論において

は、 $h < 0$ 、 $t < 0$ の場合は省略する。

(1) 周辺分布

定義から、 h の周辺分布 $p(h)$ は式 (4.51) を t に関して 0 から ∞ まで積分すればよい。

$$p(h) = \int_0^{\infty} p(h, t) dt = \frac{m}{2\phi_1} h^{m-1} \exp\left[-\frac{h^m}{2\phi_1}\right] \quad (4.52)$$

同様にして t の周辺分布は

$$p(t) = \frac{n}{2\phi_2} t^{n-1} \exp\left[-\frac{t^n}{2\phi_2}\right] \quad (4.53)$$

のように与えられ、これらは共に m, n を形状母数とする Weibull 分布となっていることがわかる。

(2) 条件付確率分布

t の値を t_0 に固定した場合の h の条件付確率分布 $p(h/t_0)$ を定義にもとづいて計算すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} p(h/t_0) &= p(h, t) / p(t) |_{t_0} \\ &= \frac{\phi_2}{2A} m h^{m-1} I_0\left(\frac{h^{m/2} t_0^{n/2} \rho}{A}\right) \exp\left[-\frac{1}{2A} (\phi_2 h^m + \phi_1 t_0^n) + \frac{t_0^n}{2\phi_2}\right] \end{aligned} \quad (4.54)$$

詳細については後で説明するが、 ρ は h と t の相関に関するパラメーターである。いま、 h と t が全く無相関な変数であるとして $\rho = 0$ とおけば、式 (4.54) は式 (4.47) の関係を用いて

$$p(h/t_0) |_{\rho=0} = \frac{m}{2\phi_1} h^{m-1} \exp\left[-\frac{h^m}{2\phi_1}\right] \quad (4.55)$$

となり、式 (4.52) に一致する。

また、 h を h_0 に固定した場合の t の条件付確率は

$$p(t/h_0) = \frac{\phi_1}{2A} n t^{n-1} I_0\left(\frac{h_0^{m/2} t^{n/2} \rho}{A}\right) \exp\left[-\frac{1}{2A} (\phi_2 h_0^m + \phi_1 t^n) + \frac{h_0^m}{2\phi_1}\right] \quad (4.56)$$

となる。

(3) 統計学的モーメント

式 (4.51) の原点に関するそれぞれ i, j 次のモーメントを M_{ij} とすれば、式 (4.51) より

$$\begin{aligned} M_{ij} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h^i t^j p(h, t) dh dt \\ &= 2^{\frac{i}{m} + \frac{j}{n}} \phi_1^{\frac{i}{m}} \phi_2^{\frac{j}{n}} \Gamma\left(\frac{i}{m} + 1\right) \Gamma\left(\frac{j}{n} + 1\right) F\left(-\frac{i}{m}, -\frac{j}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_1 \phi_2}\right) \end{aligned} \quad (4.57)$$

のように与えられる。ここに $F(\quad)$ は超幾何関数である。式 (4.56) より h および t の平均および rms 値は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{h} &= \int_0^\infty \int_0^\infty h p(h, t) dh dt = M_{10} = 2^{1/m} \phi_1^{1/m} \Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right) \\
 \bar{t} &= M_{01} = 2^{1/n} \phi_2^{1/n} \Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right) \\
 h_r^2 &= M_{20} = 2^{2/m} \phi_1^{2/m} \Gamma\left(\frac{2+m}{m}\right) \\
 t_r^2 &= M_{02} = 2^{2/n} \phi_2^{2/n} \Gamma\left(\frac{2+n}{n}\right)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.58)$$

いま式 (4.58) における ϕ_1 および ϕ_2 をそれぞれ

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right) \right]^{-m}, \quad \phi_2 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{1+n}{n}\right) \right]^{-n} \quad (4.59)$$

のように選べば \bar{h} および \bar{t} はともに 1 となり, 周辺分布式 (4.52), (4.53) は h および t のそれぞれの平均値で正規化した式になる。まったく同様に, 式 (4.58) において,

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{2+m}{m}\right) \right]^{-m/2}, \quad \phi_2 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{2+n}{n}\right) \right]^{-n/2} \quad (4.60)$$

のように ϕ_1, ϕ_2 を選べば, 式 (4.58) の h_r および t_r はともに 1 になり, 周辺分布式 (4.52), (4.53) はそれぞれの rms 値で正規化した式になる。この他に, M_{ij} から導かれる重要なパラメーターに相関係数がある。

(4) 相関係数

h と t の相関係数 r_{ht} は, h および t の標準偏差をそれぞれ σ_h および σ_t , h と t の共分散を $\text{cov}(h, t)$ とすれば,

$$r_{ht} = \frac{\text{cov}(h, t)}{\sigma_h \cdot \sigma_t} \quad (4.61)$$

と定義される。ここで

$$\left. \begin{aligned}
 \text{cov}(h, t) &= \int_0^\infty \int_0^\infty (h - \bar{h})(t - \bar{t}) p(h, t) dh dt = M_{11} - M_{10} M_{01} \\
 \sigma_h^2 &= \int_0^\infty (h - \bar{h})^2 p(h) dh = M_{20} - M_{10}^2 \\
 \sigma_t^2 &= \int_0^\infty (t - \bar{t})^2 p(t) dt = M_{02} - M_{01}^2
 \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

であるから, 式 (4.61) は式 (4.58), (4.62) から

$$r_{ht} = \frac{M_{11} - M_{10} M_{01}}{(M_{20} - M_{10}^2)^{1/2} (M_{02} - M_{01}^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\Gamma(\frac{m+1}{m}) \Gamma(\frac{n+1}{n}) \{ \Gamma(-\frac{1}{m}, -\frac{1}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_1 \phi_2}) - 1 \}}{\sqrt{[\Gamma(\frac{m+2}{m}) - \Gamma(\frac{m+1}{m})^2] [\Gamma(\frac{n+2}{n}) - \Gamma(\frac{n+1}{n})^2]}} \quad (4.63)$$

と表わすことができる。この式から r_{ht} が ρ の関数となっていることがわかる。

(5) Rayleigh $\sim T^2$ -Rayleigh 結合分布

ここまでの議論は、2次元 Weibull 分布のままで式を展開してきたため、かなり煩雑な関数形が導かれた。そこで、ここでは問題を限定して、具体的な分布形について論議する。

$m = n = 2$ の場合； $\rho / \sqrt{\phi_1 \phi_2} = k$ とおけば、式(4.51)は

$$p(h, t) dh dt = \frac{1}{\phi_1 \phi_2} \frac{h t}{1 - k^2} I_0 \left(\frac{1}{\sqrt{\phi_1 \phi_2}} \frac{k}{1 - k^2} h t \right) \cdot \exp \left\{ - \frac{1}{2 \phi_1 \phi_2 (1 - k^2)} [\phi_2 h^2 + \phi_1 t^2] \right\} dh dt \quad (4.64)$$

となり、 ϕ_1, ϕ_2 に式(4.59)の関係を用いると、この式は式(4.33)に一致する。また相関係数 r_{ht} は式(4.63)より、次のようになる。

$$r_{ht} = \frac{\Gamma(\frac{3}{2})^2 \{ \Gamma(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; k^2) - 1 \}}{1 - \Gamma(\frac{3}{2})^2} = \frac{E(k) - (1/2)(1 - k^2)K(k) - \pi/4}{1 - \pi/4} \quad (4.65)$$

ここに、 $K(\quad)$ および $E(\quad)$ は第1種および第2種完全楕円積分である。前にも述べたが、式(4.65)からもわかるように、相関係数 r_{ht} は $k (= \rho / \sqrt{\phi_1 \phi_2})$ の関数になっている。ここでその意味をさらに明らかにするため、次のような検討を行う。いま、 ϕ_1 および ϕ_2 として式(4.60)すなわち、 $\phi_1 = \phi_2 = 1/2$ を用いて、 h^2 と t^2 の相関係数 $R_{h^2 t^2}$ を考える。定義より、

$$R_{h^2 t^2} = \frac{E[(h^2 - h_r^2)(t^2 - t_r^2)]}{\sqrt{E[(h^2 - h_r^2)^2] \cdot E[(t^2 - t_r^2)^2]}} \quad (4.66)$$

ここに、 $E[\quad]$ は平均操作を意味する。式(4.66)に式(4.57)の関係を代入すると、最終的に $R_{h^2 t^2} = k^2$ となる。したがって、 k^2 は $m = n = 2$ の場合の h^2 と t^2 の相関係数になっていることがわかる。

$m = 2, n = 4$ の場合； Rayleigh $\sim T^2$ -Rayleigh 分布は、その適用に際し、周期のデータを2乗して式(4.33)と比較する必要がある。ところが、式(4.51)において $m = 2, n = 4$ とおき、正規化の尺度母数として h_r, t_r を用いると、

$$p(h, t) dh dt = \frac{2\pi}{1 - \pi\rho^2} h t^3 I_0 \left[\frac{\pi h t^2}{1 - \pi\rho^2} \rho \right] \exp \left[- \frac{(4h^2 + \pi t^4)}{4(1 - \pi\rho^2)} \right] dh dt \quad (4.67)$$

のように、直接比較の可能な式を導くことができる。それぞれの周辺分布は式(4.52)・(4.53)より、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p(t)dh &= 2h \exp(-h^2) dh \\ p(t)dt &= \pi t^3 \exp(-\frac{\pi}{4}t^4) dt \end{aligned} \right\} \quad (4.68)$$

式(4.67)において注意しなければならないことは、式(4.67)の周辺分布が互に異なった確率分布であるため、両者の相関係数が1になることはない。図-4.15は m を2に固定し、 n の値を2, 4, 6と変化させた場合の式(4.63)の r_{ht} と $\rho/\sqrt{\phi_1 \cdot \phi_2}$ の関係を示したものである。図から、 m と n の差が大きくなるほど、 r_{ht} の値が減少することがわかる。 $\rho/\sqrt{\phi_1 \phi_2} = 1$ において相関係数が1になるのは、形状母数が同じ値をとる場合に限られる。

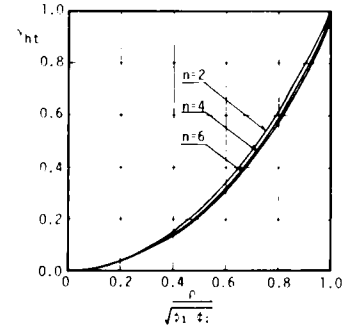


図-4.15 r_{ht} と $\rho/\sqrt{\phi_1 \cdot \phi_2}$ の関係

3.3 実験値との比較

(1) 周辺分布

ここでは、第2章で示した不規則波のシミュレーション実験の結果を用いて、2次元 Weibull 分布の適合性について検討する。表-4.1に比較に用いた4つのケースの不規則波の代表的な特性を示した。表中、

表-4.1 解析に用いた不規則波の統計学的特性

Case No.	N	\bar{H} (cm)	\bar{T} (sec)	H_r (cm)	T_r (sec)	$H_{1/3}$ (cm)	$T_{1/3}$ (sec)	r_{ht}	m	n	ρ
1	1,036	3.33	2.17	3.76	2.30	5.31	2.62	0.75	1.86	3.08	0.43
2	1,952	5.37	1.15	5.95	1.21	8.28	1.34	0.51	2.18	3.59	0.43
3	1,849	7.16	1.22	7.91	1.27	10.96	1.35	0.41	2.23	4.01	0.39
4	1,154	5.35	0.97	6.01	1.00	8.47	1.04	0.38	2.07	4.61	0.38

N は波の総数、 H は波高、 T は周期で、添字の1/3は有義波の値であることを示す。その他の記号は、3.2で用いた記号と対応するものである。なお、Weibull分布の形状母数である m, n の値は、波高、周期のそれぞれの未超過確率の値をWeibull確率紙にプロットし、最小自剰法を用いて直線を引き、その勾配から決定した。また ρ の値は r_{ht} の値から式(4.63)を逆に解いて求めた。つぎに図-4.16(a)~(d)に各ケースのスペクトル形を示した。図-4.17(a)~(d)は各ケースの波高の頻度分布を示したものである。図中の点線はRayleigh分布であり、実線は表-4.1に示した m の値を用いて計算したWeibull分布である。これらの各図からわかるように、実験値との対応は実線で示したWeibull分布の方が若干良好である。Rayleigh分布が、波高の確率分布の理論式として適用されるのは、狭帯域スペクトルの場合に限られるわけであり、一般的な広帯域スペクトルの場合には、Rayleigh分布も経験式にすぎない。したがって、波高の確率分布としては、実験値との対応のよいWeibull分布がより望ましいといえる。第2章で行ったシミュレーション実験のすべての結果にWeibull分布の適用を試みたところ、形状母数 m の平均値は2.09であり、その標準偏差は0.10であった。 m の値がRayleigh分布に対応する2.0よりも若干大きい値を示

している。しかし、この m の値が何により変化するかという点は現在必ずしも明確でないが、ただ Bretschneider¹⁷⁾ は水位の頻度分布が Gauss 分布からはずれるにつれて、波高の頻度分布も Rayleigh 分布からはずれることを指摘している。図-4.18 は前述の実験結果の水位変動の skewness $\sqrt{\beta_1}$ と m との関係を示したものである。実験値はかなりばらついてはいるが、 $\sqrt{\beta_1}$ の増加に伴い m の値は徐々に増加し、 $\sqrt{\beta_1} = 0.4$ 付近で極大値を示した後、徐々に減少する傾向を示している。skewness の値は正規分布よりの歪みを示す有力なパラメーターであり、この図から $\sqrt{\beta_1} = 0.4$ 程度までは Bretschneider の指摘が妥当であることがわかる。しかし、なぜそうなるかという点については明らかでない。

つぎに、図-4.19 (a)~(d) はここで解析に用いた4つのケースの周期の頻度分布を示したものであり、各図とも Weibull 分布と実験値の対応は非常に良好であることがわかる。(a) 図中に点線で T^2 -Rayleigh 分布をあわせて示したが、実験値との間にはかなり大きな差が見られる。すでに図-4.8の部分でも述べたが、これらの図からも周期の確率分布に対しては T^2 -Rayleigh 分

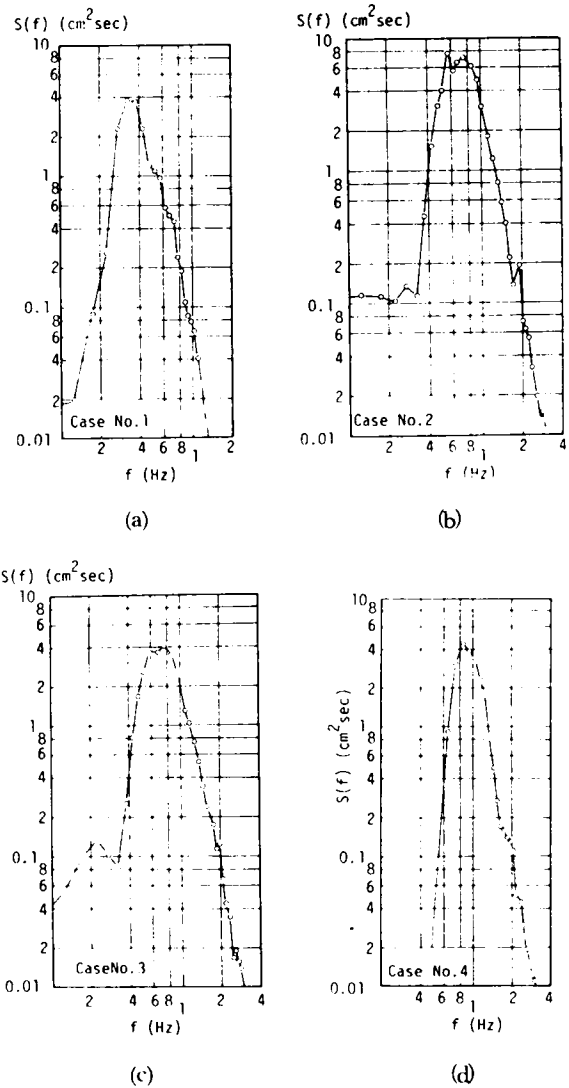
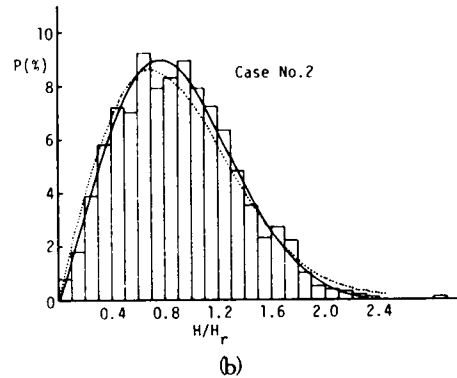
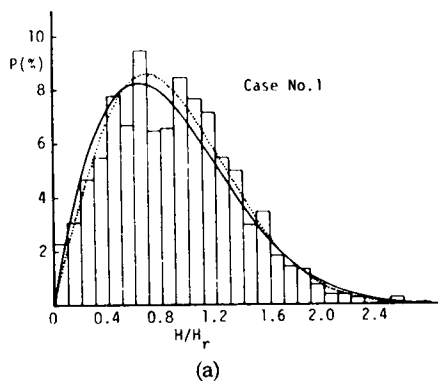
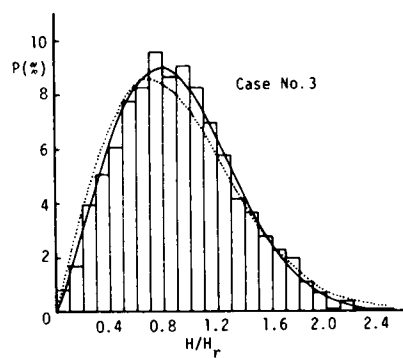
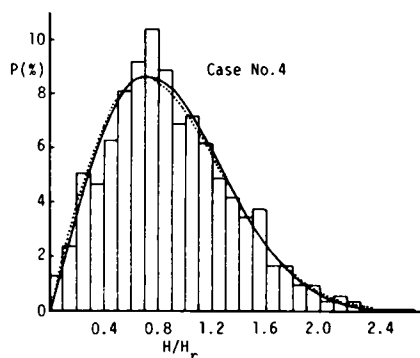


図-4.16 パワースペクトル





(c)



(d)

図-4.17 波高の頻度分布

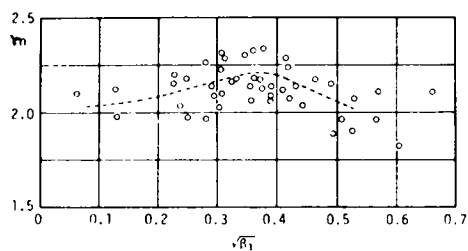
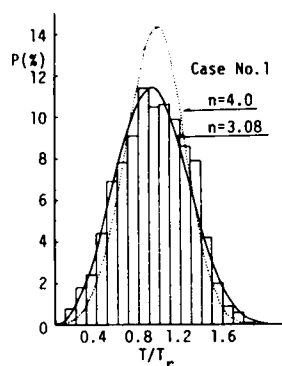
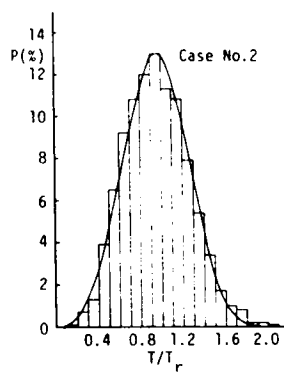


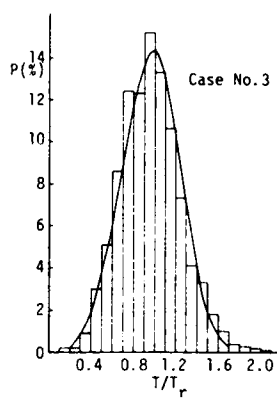
図-4.18 m と $\sqrt{\beta_1}$ の関係



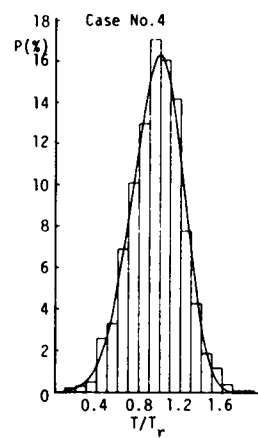
(a)



(b)



(c)



(d)

図-4.19 周期の頻度分布

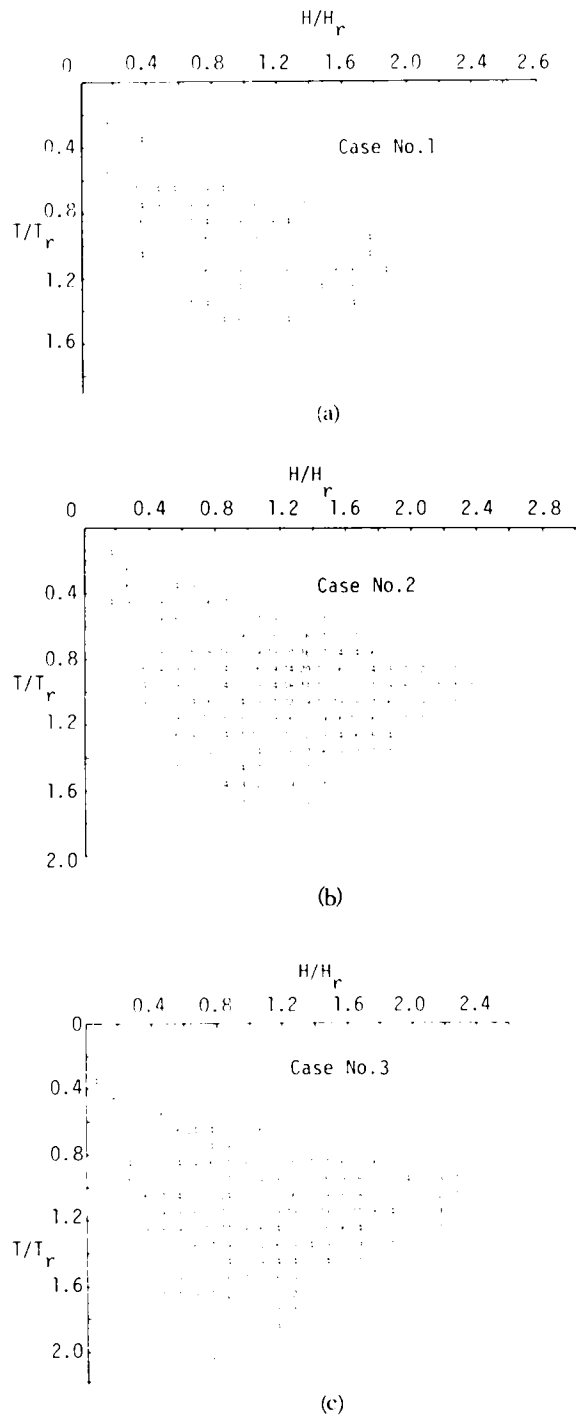
布のような画一的な分布形よりも Weibull 分布のような比較的適用範囲の広い分布形の方が望ましいことがわかる。

(2) 波高・周期の結合分布

図-4.20(a)~(d) はそれぞれケース 1 から 4 までの波高および周期の平面的な分布の様子を示したものである。図中の数字は、 $H \sim T$ 平面を H_r および T_r のそれぞれの $1/10$ ごとのランクにわけ、その中に入るデータの数を示したものである。各ケースのデータ総数は表-4.1 に示すように、いずれも 1,000 波以上であり、サンプル数としてはかなり多いと思われるが、平面的な頻度分布の検討には必ずしも十分な数ではなく、データにかなりの凹凸がみられる。

一方、図-4.21 はケース 1 に対応する 2 次元 Weibull 分布の確率密度関数の分布曲面で、図中の k および l はそれぞれの rms 値で正規化してある。しかし、これらの図からは、実験値と確率分布との対応を十分検討することはむずかしい。そこで、ここでは $l = 0.8, 1.0, 1.2$ の 3 つの断面において実験値と確率分布との対応を検討した。図-4.20 からわかるように、分布の主要部はほぼ $l = 0.8 \sim 1.4$ の範囲内に入る。また、データは数の不足による分布形の凹凸を少なくするため、 $0.2H_r$ および $0.2T_r$ ごとのランクに再配分して検討に用いた。図-4.22, 4.23, 4.24, 4.25 の各図はその結果を示したもので、データ数の不足により、頻度分布の形状が若干不連続に変化している部分もあるが、いずれの場合も 2 次元 Weibull 分布との対応は良好である。ここに示さなかった他のケースにおいても、実験値と 2 次元 Weibull 分布との対応は、ここに示したものとほぼ同じ程度であった。

つぎに、図-4.26(a), (b) は図-4.23 に示し



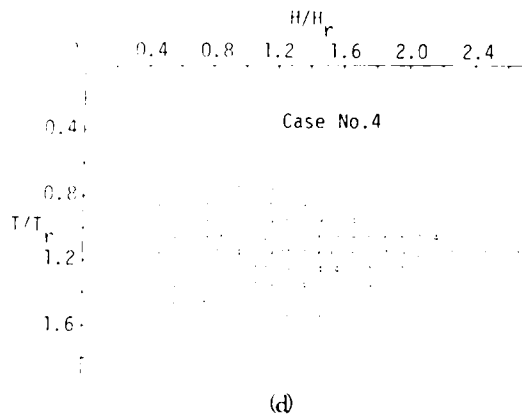


図-4.20 波高・周期の結合分布

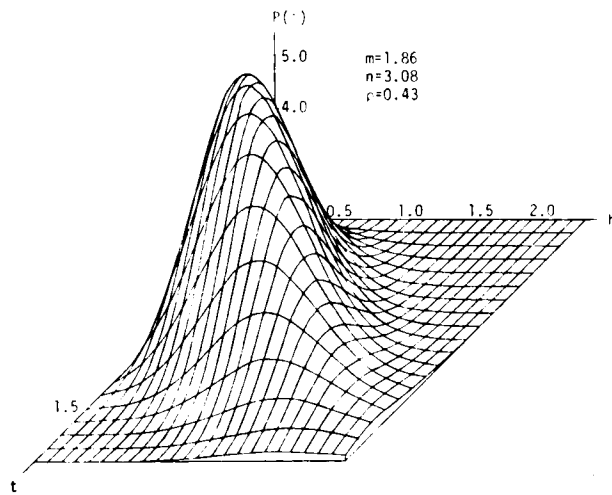


図-4.21 確率曲面 (Case No. 1)

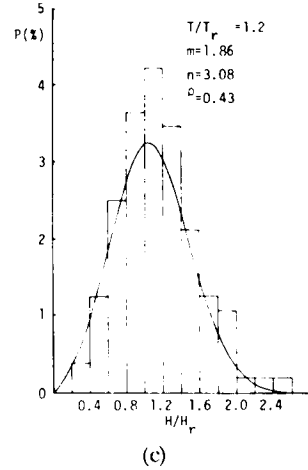
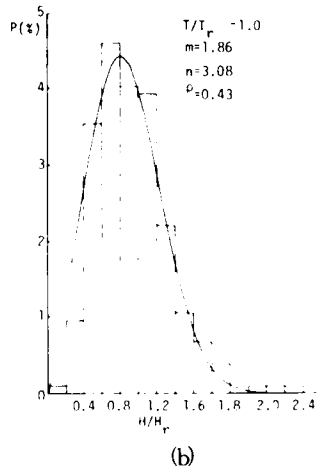
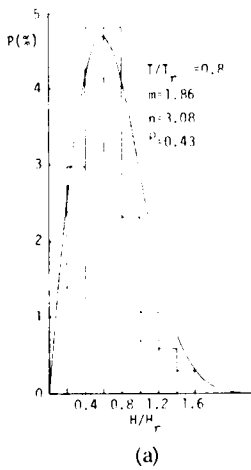
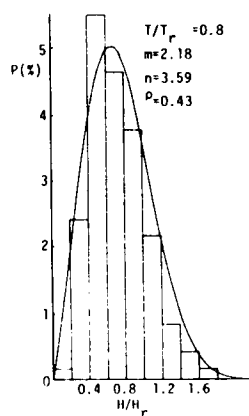
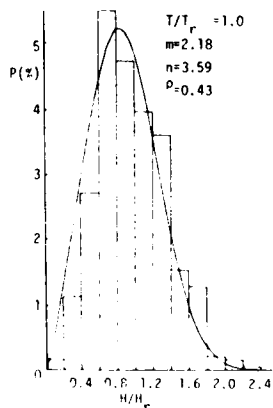


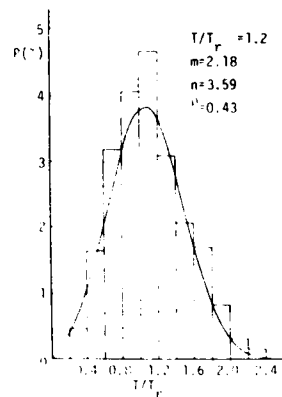
図-4.22 実験値と2次元Weibull分布の比較 (Case No. 1)



(a)

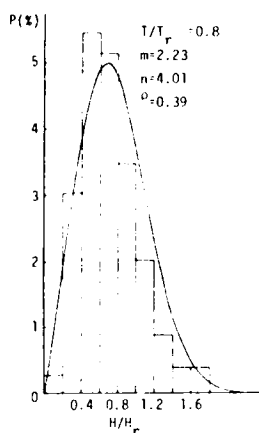


(b)

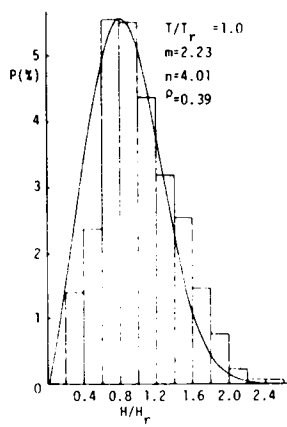


(c)

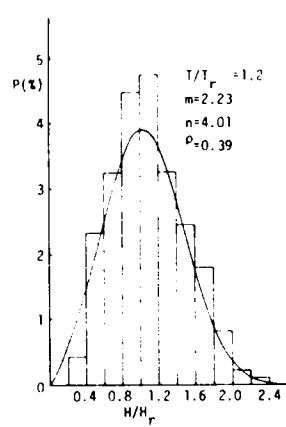
図-4.23 実験値と2次元Weibull分布の比較 (Case No. 2)



(a)

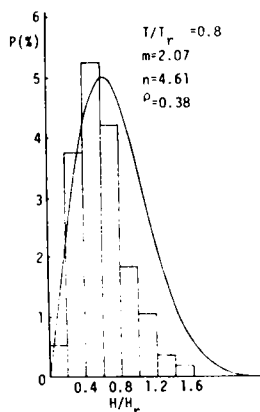


(b)

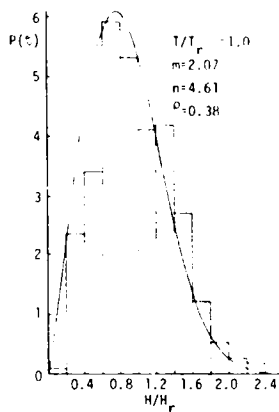


(c)

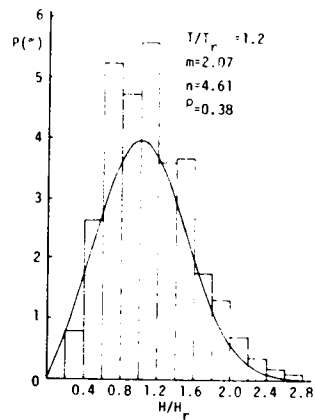
図-4.24 実験値と2次元Weibull分布の比較 (Case No. 3)



(a)



(b)



(c)

図-4.25 実験値と2次元Weibull分布の比較 (Case No. 4)

たケースの $t = 0.6$ と 1.4 の場合のデータと 2 次元 Weibull 分布 (実線) との対応を示したものである。両図とも、実験値の頻度分布は 2 次元 Weibull 分布に比して若干 mode が H/H_r の小さい方にずれている。これは次のような理由によると考えられる。すなわち、図-4.20 に見られるように、 H/H_r または T/T_r の値が 1.0 程度より小さい領域では、 H の増加にともない T も同じように増加し、両者の相関はかなり大きいことが推定できるが、 T/T_r または H/H_r が 1.0 より大きな領域では、 H が変化しても T の分布の様子にはほとんど変化がなく、逆もまた同様である。したがって、この部分での両者の相関は小さい。このように部分的に相関係数の値が異なるため周辺部で平均的な相関係数を用いて計算した確率分布の値との間に若干の差が生じてくるものであろう。図-4.26 中の点線は、実験値と各分布の平均値が合うように ρ の値を変化させて計算した 2 次元 Weibull 分布である。実線で示した曲線が相関係数をもとに式 (4.63) を解いて求めた値 $\rho = 0.425$ であり、(a) 図中の点線は $\rho = 0.551$ に対応し、(b) 図中の点線は $\rho = 0.313$ に対応するものである。両図とも、データとの対応は点線の方が良好であり、前の図-4.20 からの推定を裏づけている。しかしながら、前にも示したように、データのほとんどが集中する部分では、2 次元 Weibull 分布と実験値との対応は良好であり、波高および周期の結合分布に対して、式 (4.51) の 2 次元 Weibull 分布が十分適用できることがわかる。

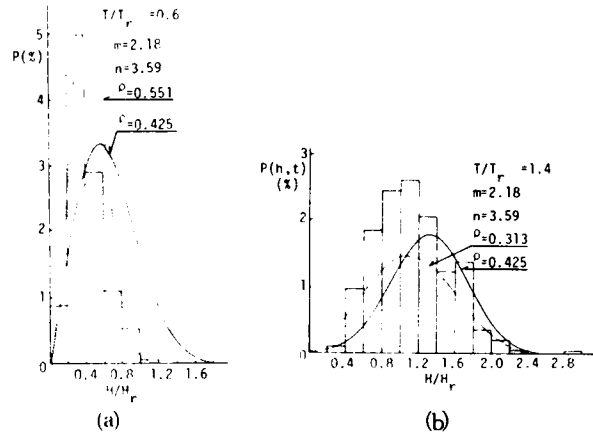


図-4.26 実験値と 2 次元 Weibull 分布の比較
(Case No. 2)

(3) 有義周期

通常有義周期 $T_{1/3}$ は、波高とのかねあいのもとに定義される値である。したがって、3.3(2)で示したように、2 次元 Weibull 分布が波高と周期の結合分布として適用できることが明らかとなったので、式 (4.51) から $T_{1/3}$ または $T_{1/10}$ を計算することができる。定義より、

$$\frac{T^{(a)}}{T_r} = \rho^{(a)} = \frac{\int_0^\infty \int_{h_0}^\infty t p(h, t) dh dt}{\int_0^\infty \int_{h_0}^\infty p(h, t) dh dt} \quad (4.69)$$

である。ここに、

$$h_0 = \ln(\alpha \cdot 2\phi_1)^{1/m} \quad (4.70)$$

であり、 $\alpha = 1/3$ の場合に有義周期、 $\alpha = 1/10$ の場合に $1/10$ 最大周期の値を与える。図-4.27 は式 (4.69) より求めた $T_{1/3}$ および $T_{1/10}$ の値と実験値から計算した値を比較したものである。ただし、式 (4.69) の解析的な表現は困難であるので、ここでは数値計算によった。図より、 $T_{1/3}$ および $T_{1/10}$ とも式 (4.69) より計算した値の方が実験値より大きいことがわかる。これは、3.3(2)で説明したように、実験値の方は

H の大きい部分では H と T の相関が小さくなるのに対し、2次元 Weibull 分布ではすべての領域で様な相関関係が存在するとしているためである。しかし、 $T_{1/3}$ および $T_{1/10}$ ともに、実験値はほとんどばらつくことなく一直線上に並んでいる。このことは、 H もしくは T の大きな部分での両者の相関関係の減少パターンは n の値に関係なく、各ケースとも一様であることを示している。各ケースのデータから計算した $T_{1/3}(\text{data})$ の値と、式 (4.69) から計算した $T_{1/3}(\text{theory})$ との比の平均値は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{T_{1/3}(\text{data})}{T_{1/3}(\text{theory})} \right) = 0.970 \quad (\text{標準偏差}, 0.006) \\ \left(\frac{T_{1/10}(\text{data})}{T_{1/10}(\text{theory})} \right) = 0.872 \quad (\text{標準偏差}, 0.019) \end{array} \right. \quad (4.71)$$

であった。 $T_{1/3}$ 、 $T_{1/10}$ とも、標準偏差は非常に小さい。したがって、式 (4.71) の値を用いて補正を行えば、 $T_{1/3}$ 、 $T_{1/10}$ の値もほぼ正確に算定し得る。

(4) 相関係数

図-4.28 は実験値より求めた波高と周期の相関係数と、スペクトル幅に関するパラメーター ϵ との関係を示したものである。前にも述べたように合田¹⁵⁾は、不規則波の数値シミュレーションの結果から、両者には明確な相関関係が存在することを示した。図より、実験値に若干のばらつきはあるが、やはり明らかな相関関係が存在し、 ϵ の増加にともない相関係数が急速に大きくなる。図中に実線で示した合田の結果とは若干の差があるが、傾向は同じであり、彼が示した⁸⁾ 現地波浪とはほぼ同じ付近にデータがプロットされている。つぎに、周期の分布の形状母数 n と r_{ht} との関係を示したものが図-4.29 であり、両者の関係は図-4.28 に示した ϵ と r_{ht} の関係より明確であ

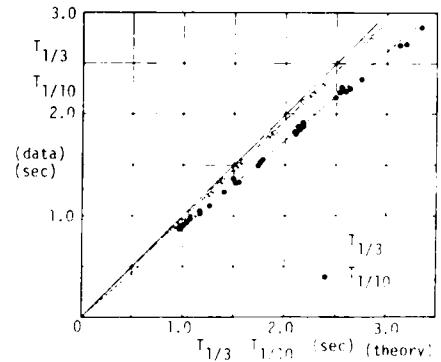


図-4.27 $T_{1/3}$ および $T_{1/10}$ の実験値と理論値の比較

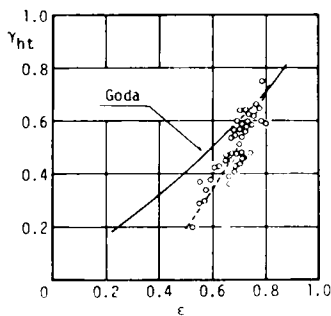


図-4.28 r_{ht} と ϵ の関係

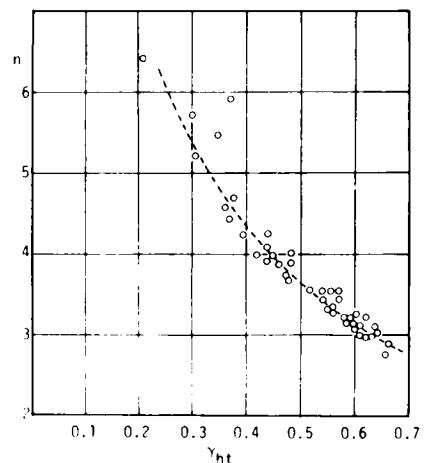


図-4.29 n と r_{ht} の関係

り、 n の増加にともない r_{ht} の値が徐々に小さくなってゆくことがわかる。図-4.14、4.28、4.29 の結果をあわせて考えると、波高と周期の結合分布にはスペクトル幅パラメーター ϵ が重要な役割を果し、この値が与えられれば、逆に図-4.14、4.28、4.29 から n 、 r_{ht} が明らかになる。また、図-4.18 で示したように、 $\sqrt{\sigma_1}$ により m の値が若干変化するものの 2.0 としてそれほど大きな誤差はない。これらの値を式 (4.63)、(4.51) に代入することにより 2 次元 Weibull 分布を確定することができる。

第 4 節 結 語

この章は、ゼロアップクロス法で定義した不規則波の波高および周期の、それぞれの確率特性ならびに両者の結合確率分布について検討したものである。その結果を要約すると、次のようである。

第 1 節では波別解析法、特にゼロアップクロス法の概要について説明した。そこで、この方法が現在では、単に不規則な水面変動から一波ずつの波を定義するだけでなく、こうして定義された波の確率特性を考慮して、不規則波全体の諸特性を推定する方法と考えられるようになってきたことを述べ、この方法を効果的なものとするためには、まず、波高、周期のそれぞれの確率分布および両者の結合確率分布を明らかにすることが必要であることを強調した。

第 2 節では波高・周期の結合分布を検討する前段階として、その周辺分布の検討を行った。まず、現地観測のデータをもとに、波高の頻度分布に対する Rayleigh 分布の適合性を検討した。その結果、一、二の例外もあるが、両者はかなり良く対応し、従来からの定説がここでも確認された。Rayleigh 分布と若干差の見られたデータについて、 χ^2 検定により適合仮説の棄却検定を行ったところ、Rayleigh 仮説が否定されるほどの差ではないことがわかった。しかし、これらのデータに Weibull 分布の適用を試みた結果、形状母数 m の値は Rayleigh 分布に対応する 2.0 よりも幾分大きい値を示すものが多かった。この差は、Bretschneider が指摘するように、ある程度までは、水位の頻度分布の正規分布からのずれと関係するようである。ひきつづき、シミュレーション実験の結果を用いて周期の頻度分布についての検討を行った。周期の頻度分布は波高の分布と異なり、スペクトル形によりかなり大きく変化する。しかし、そのいずれの場合にも、実験値と Weibull 分布との対応は非常に良好であった。今回解析に用いた実験値の範囲内では Weibull 分布の形状母数 n は 3.0 から 6.0 程度の値を示すものが多かった。この値はスペクトル幅パラメーター ϵ と密接な相関関係を有し、 ϵ の増加にともない n の値は徐々に小さくなってゆくことがわかった。

第 3 節では波高・周期の結合確率特性について検討した。まず最初に、Rice と同様な手法により 2 次元 Weibull 分布を導いた。つぎに、シミュレーション実験の結果を用いて、この 2 次元 Weibull 分布の適合性を検討した。その結果、データが集中する頻度分布の中心部では両者の対応は非常に良好であることがわかった。しかし、データにおいては、波高もしくは周期の大きな部分で、両者の相関係数が、全体を通じての値より小さくなる傾向がみられ、この部分では 2 次元 Weibull 分布との対応が幾分悪くなる。このため、確率の理論式から求めた $T_{1/3}$ もしくは $T_{1/6}$ の値は実験値から計算したものよりも若干大きくなるが、若干の補正をほどこすことにより、ほぼ正確に推定し得ることがわかった。

波高と周期の結合分布を定義するための重要なパラメーターである両者の相関係数は、合田も示したように、スペクトル幅パラメーター ϵ とかなり明確な相関関係を有する。また、この相関係数は周期に対す

る Weibull 分布の形状母数 n とも明確な相関関係がある。したがって、第 2 節で示した n と ϵ との関係をあわせて考えると、スペクトルの形状が決まれば、波高と周期の結合確率分布はほぼ確定される。

参 考 文 献

- 1) Cartwright, D. E. and M. S. Longuet-Higgins : The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. of Royal Society of London, Vol. 237, 1956, pp. 212-232.
- 2) 河田竜夫：確率と統計，朝倉書店，1974, 246 p.
- 3) Rice, S. O. : 雑音理論（宮脇一男・他訳），電気書院，1955, 206 p.
- 4) 宮脇一男：雑音解析，朝倉書店，1969, 221 p.
- 5) Longuet-Higgins, M. S. : On the statistical distribution of the heights of sea waves, Jour. Marine Research, Vol. XI, No. 3, 1952, pp. 245-265.
- 6) 前出の文献 1)
- 7) Putz, R. R. : Wave height variability, Prediction of distribution function, Institute of Engg. Res., Berkeley, Technical Report, HE-116-318, 1950.
- 8) 合田良実・永井康平：波浪の統計的性質に関する調査・解析，港湾技術研究所報告，第 13 巻，第 1 号，1974, pp. 3-37.
- 9) 合田良実：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，1977, 232 p.
- 10) 竹内 信・山本善之：正規不規則過程における相継ぐ極値の近似確率分布とシミュレーションについて，日本造船学会論文集，第 131 号，1972, pp. 97-113.
- 11) Longuet-Higgins, M. S. : On the intervals between successive zeros of a random function, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 246, 1958, pp. 99-118.
- 12) Longuet-Higgins, M. S. : On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, Jour. Geophy. Res., Vol. 80, No. 18, 1975, pp. 2688-2694.
- 13) Bretschneider, C. L. : Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, U. S. Army Corps of Engineers, B. E. B., Tech. Memo., No. 113, 1959, 192p.
- 14) 合田良実・永井康平：名古屋港における波浪観測第 2 報，港湾技研資料，No. 61, 1961, 64p.
- 15) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 9, No. 3, 1970, 57p.
- 16) Battjes, J. A. : Run-up distribution of waves breaking on slopes, Proc. ASCE, WW-1, 1971, pp. 91-114.
- 17) Bretschneider, C. L. : Probability distribution of wave force, Proc. ASCE, WW-2, 1967, pp. 5-26.

第5章 不規則な波の連の研究

第1節 概 説

前章では波高，周期あるいは両者の結合確率特性について検討した。ここではその結果をもとに，不規則波の連について検討する。一般に連とは，「同種の事象のつながり」と定義される。したがって連の長さとは同種の事象の継続時間あるいは継続回数と定義される。

この連に関する研究は，19世紀末ルーレットの問題から始まり，集大成されて，現在では企業における品質管理あるいは気象，水文学における降雨期間の解析等に用いられている¹⁾。不規則波に対して，この連の概念を導入し，その連なりの統計学的な特性を解明しようとする試みは比較的最近開始されたばかりであり，研究例も非常に限られている。Sawhney²⁾は crest-to-trough 法により定義した不規則波の波高がマルコフ過程に従うと仮定して，その連なりについて検討した。その結果，相続く波の波高の間にはほとんど相関がないことを見出した。また合田・永井³⁾は不規則波のシミュレーション実験の結果をもとにして，ゼロアップクロス法で定義した波の波高の連について検討し，その連の平均長が，近似的にその自己相関関数と関係することを示した。その後，合田⁴⁾は数値シミュレーションにより，種々のスペクトル形をもつ不規則波形を計算し，その波高の連の長さを検討した。その結果連の長さは，そこで彼が提案した尖鋭度パラメーターとかなり密接な関係を持つことを見出した。またこの研究において，彼は以下に示すようなランダムな波の連の理論を示した。

いま，隣り合う波の波高の間まったく相関がないものと仮定する。このような波の列において，波高 h がある基準値 h_* を超過する確率を p とすれば，長さ l の連の生起確率 $P_1(l)$ は次式で与えられる。

$$P_1(l) = p^{l-1}q \quad (5.1)$$

ただし， $q = 1 - p$ である。この式は，ある時点で h が h_* を超えた後，引きつづき $l-1$ 波の波が h_* を超え，つぎの $l+1$ 波目の波が h_* 未満になることを示している。この連の長さの平均値 \bar{l} およびその標準偏差 $\sigma(l)$ は次のようになる。

$$\bar{l} = \sum_{l=1}^{\infty} l P_1(l) = \frac{1}{q} \quad (5.2)$$

$$\sigma(l) = \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} l^2 P_1(l) - \bar{l}^2 \right\}^{1/2} = p/q \quad (5.3)$$

また， h_* を超える波のくり返しの出現間隔 l_0 の確率は，

$$P_2(l_0) = \frac{pq}{p-q} \left\{ p^{l_0-1} - q^{l_0-1} \right\} \quad (5.4)$$

で与えられ，その平均値および標準偏差はそれぞれ次式のようなになる。

$$\bar{l}_0 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad (5.5)$$

$$\sigma(l_0) = \frac{p}{q^2} + \frac{q}{p^2} \quad (5.6)$$

合田はこの高波のくり返しの間隔をトータルランと名付けた。これは、平均 \bar{l}_0 の間隔で大きな波が来襲することを意味する。

合田・永井・伊藤⁵⁾は現地波浪のデータを解析し、上に述べた連の理論値は、現地波浪の連の下限值に近いことを見出した。その後、WilsonとBaird⁶⁾、Rye⁷⁾、Siefert⁸⁾らはそれぞれカナダ東部沿岸、北海の深海およびエルベ川河口での不規則波のデータをもとに、波高の連なりについて研究し、いずれも、連の平均長さが合田による理論よりも幾分大きい値を示すことを報告している。これは合田による連の理論が、隣り合う波の独自性を仮定していることによるものであろう。特にRyeは、連続する波高の相関係数を計算して、平均+0.24程度の相関があり、stormの発達期においては、更に大きな値を示すことを報告している。このことから、現地波浪の連の特性を考える上で、隣り合う波の相関関係を無視することができないことがわかる。

一方、Ewing⁹⁾は、前にも示したように、狭帯域スペクトルの場合には水位の極大・極小点が包絡線上にほぼ等間隔に並ぶことを利用し、連の平均長を次式のように与えた。

$$\bar{l}(R_*) = \sqrt{\frac{m_2}{2\pi\mu_2}} \cdot \frac{\sqrt{m_0}}{R_*} \quad (5.7)$$

ここに \bar{l} が連の平均長、 $\mu_2 = m_2 - (m_1^2/m_0)$ 、であり、 m_0 、 m_1 、 m_2 はそれぞれ前に示した式(2.17)で与えられる。また R_* は基準として選んだ包絡線の振幅であり、基準波高 h_* の半分にはほぼ等しい。また、スペクトル幅が狭い場合に式(5.7)は次式のように与えられる。

$$\bar{l}(R_*) = \frac{Q_p}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{m_0}}{R_*} \quad (5.8)$$

ここに Q_p は合田⁴⁾が提案したスペクトル尖鋭度パラメーターであり、次式で与えられる。

$$Q_p = \frac{2}{m_0} \int_0^\infty f S^2(f) df \quad (5.9)$$

しかし、式(5.7)はスペクトル幅が広がると、 \bar{l} の値が1以下になるなど論理的破綻をきたすようになる¹⁰⁾。Nolte-Hsu¹¹⁾はこの問題に、包絡線波形がある設定値を超えて継続する時間の確率分布を導入して調整し、連の平均長を次のように与えた。

$$\bar{l} = \frac{1}{1 - e^{-1/\bar{l}}} \quad (5.10)$$

ここに \bar{l} は式(5.7)で与えられる値である。合田¹⁰⁾は数値シミュレーションの結果をもとに上式を検討し、平均波高を超える連の場合 $Q_p \geq 4$ 、有義波高を超える連の場合 $Q_p \geq 2$ の領域で式(5.10)がほぼ成立することを示した。

不規則波の連に関する研究の現状は概略以上のものである。これらの研究からもわかるように、不規則

波の連に関する理論的研究は合田によるものと、Ewing, Nolte-Hsu による研究とに大別することができる。前者は隣り合う波相互には従属性がないと仮定しており、後者は狭帯域スペクトルを仮定しているため、隣り合う波だけでなく、引きつづくかなり後の波まで相関があることを仮定したことになる。一方、現地の風波では Rye も報告しているように、隣り合う波の間には相関関係が存在するが、1 波おいた次の波との相関は無視し得るほどに小さくなる場合が多い。したがって、現地の風波は上に述べた二つの理論のどちらの仮定の状況とも一致せず、両者のほぼ中間に位置する。この性質は、ある現象が一つ以前の現象からのみ影響を受けるというマルコフ連鎖の性質と似ており、したがってここでは、不規則波の波の連なりがマルコフ連鎖であると仮定し、その連について検討を行う。

第 2 節 連の長さの確率分布

ここでは波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定して、その連の確率特性について検討する。いま不規則波の連続した波高の時系列を想定し、その第 n 番目の波の波高 h_n が i という値をとり、 $n+1$ 番目の波高 h_{n+1} が j となる確率を

$$p_{ij}^{(n, n+1)} = p(h_{n+1} = j | h_n = i) \quad (5.11)$$

とおけば、

$$p_{ij}^{(n, n+1)} \geq 0, \quad \sum_j p_{ij}^{(n, n+1)} = 1 \quad (5.12)$$

である。この $p_{ij}^{(n, n+1)}$ がマルコフ連鎖における推移確率であり、この $p_{ij}^{(n, n+1)}$ を i, j 要素とする次式の行列 $P^{(n, n+1)}$ を推移確率行列という。

$$P^{(n, n+1)} = \begin{pmatrix} p_{11}^{(n, n+1)} & p_{12}^{(n, n+1)} & \cdots \\ p_{21}^{(n, n+1)} & p_{22}^{(n, n+1)} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

いま、初期状態において波高が i という値をとる確率を p_i とすれば、連続する n 波の波高が $h_0 = i_0, h_1 = i_1, \dots, h_n = i_n$ となる確率は式 (5.11) より

$$p_n(i_0, i_1, \dots, i_n) = p_{i_0} \cdot p_{i_0 i_1}^{(0,1)} \cdot p_{i_1 i_2}^{(1,2)} \cdot \dots \cdot p_{i_{n-1} i_n}^{(n-1, n)} \quad (5.14)$$

のように与えられる。上式は各時点において、波高が特定の値をとる確率であるが、単に n 番目の波の波高が i_n となる確率は、式 (5.14) から次のように与えられる。

$$p_n(i_n) = \sum_{i_0} \sum_{i_1} \sum_{i_2} \cdots \sum_{i_{n-1}} p_{i_0} p_{i_0 i_1}^{(0,1)} \cdots p_{i_{n-1} i_n}^{(n-1, n)} \quad (5.15)$$

式 (5.15) を式 (5.13) の行列式を用いてかきかえると、次式のようになる。

$$p_n(i_n) = p_1 P^{(0,1)} \cdot P^{(1,2)} \cdots P^{(n-1, n)} \quad (5.16)$$

ここに p_1 は初期状態の確率 $p_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ がなす行マトリクスである。いま、推移確率 $p_{ij}^{(n, n+1)}$ が n に無関係で一定と仮定して、 $p_{ij}^{(n, n+1)}$ を p_{ij} と書きなおし、式 (5.13) を

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

のように書きなおすと、式(5.16)は

$$P_n = p_1 P^n \quad (5.18)$$

となる。ここに p_j は確率 p_j ($j = 1, 2, 3, \cdots$) を要素とする行マトリクスである。以上のことからわかるように、任意の時点 n における波高の確率分布は初期確率 p_1 と n 段階推移確率行列 P^n の積として与えられる。ここでは以上の概念をもとに連の確率分布を導く。

不規則波の波高の連は通常ある基準波高 h_* を超える波の連なりと定義されることが多い。したがって、ここで考慮すべき状態は波高 h が h_* より小さいか、大きいかの2つである。いま、 $h < h_*$ の状態を添字 1、 $h \geq h_*$ の状態を添字 2 をつけて表わすと、推移確率行列は簡単に次式のようなになる。

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

$h \geq h_*$ の連においては、この条件を満たした最初の波から連が始まる。この状態は最初の波が確率 1 で $h \geq h_*$ となっていることを意味し、初期確率マトリクスは $(0, 1)$ でなければならない。従って第 1 段階の推移の後には (p_{21}, p_{22}) なる確率マトリクスが得られる。これは最初の h が $h \geq h_*$ でその次の h が $h < h_*$ となる確率が p_{21} 、 $h \geq h_*$ となる確率が p_{22} であることを示す。これから、連の長さが 1 で終わる確率が p_{21} であり、2 以上の長さになる確率が p_{22} であることがわかる。同様にして、2 段階の推移の後得られる確率マトリクスは $(p_{11}p_{21} + p_{21}p_{22}, p_{12}p_{21} + p_{22}^2)$ となるが、この結果からは前と同様に連の長さが 2 で終る確率およびそれ以上の長さになる確率がそれぞれ $p_{11}p_{21} + p_{21}p_{22}$ 、 $p_{12}p_{21} + p_{22}^2$ となるとはいえない。なぜならば、 p_{11} はもともと $h < h_*$ であった波が推移により再び $h < h_*$ になる確率であり、 p_{12} は $h < h_*$ であった波が $h \geq h_*$ になる確率である。したがって $h \geq h_*$ なる波の連の計算には、この 2 つの確率をあらかじめ除いておく必要があり、このためには式(5.19)を次のようにしておけばよい。

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

式(5.20)を式(5.18)に代入することにより、1 段階推移後の確率マトリクスは (p_{21}, p_{22}) となり 2 段階推移後は $(p_{22}p_{21}, p_{22}^2)$ となる。簡単な帰納計算から、 n 段階推移後の確率マトリクスは $(p_{22}^{n-1}p_{21}, p_{22}^n)$ となる。このことから、最初に $h \geq h_*$ となり 1 段階の推移後に $h < h_*$ となる連なり、つまり連の長さが 1 となる確率が p_{21} で与えられることがわかる。つぎに、最初に $h \geq h_*$ 、1 段階の推移後も $h \geq h_*$ で 2 段階の推移で始めて $h < h_*$ となる長さ 2 の連の生起確率は $p_{22}p_{21}$ となる。以下まったく同様にして連の長さが l になる確率は $p_{22}^{l-1}p_{21}$ で与えられる。これは式(5.12)の関係を用いると

$$P_1(l) = p_{22}^{l-1}(1 - p_{22}) \quad (5.21)$$

となり、形式上合田による式(5.1)と一致する。したがって、連の長さの平均値 \bar{l} および標準偏差 $\sigma(l)$ は式(5.2)、(5.3)と同様、

$$\bar{l} = \frac{1}{1 - p_{22}} \quad (5.22)$$

$$\sigma(l) = p_{22} / (1 - p_{22}) \quad (5.23)$$

と与えられる。これらの3つの式が式(5.1), (5.2), (5.3)と異なるのは、式(5.1)～(5.3)において p , q がそれぞれ単に $h \geq h_*$, $h < h_*$ となる確率であるのに対して、式(5.21)～(5.23)における p_{22} は隣りあう2つの波が共に $h \geq h_*$ となる確率であるという点である。したがって、もし隣り合う波相互に従属性がなければ式(5.21)～(5.23)は完全に式(5.1)～(5.3)に一致する。しかし、ここでは h_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) がマルコフ連鎖をなすと仮定してあるため隣り合う波は独立ではなく、 p_{21} と q , p_{22} と p は異なる概念にもとづく値である。したがって連の確率特性を確定するためには、 p_{22} を知る必要がある。この点については次節で述べるので、ここでは式(5.21)から導かれる結果について述べる。式(5.21)におけるものとまったく同様の議論より、波高が $h < h_*$ となる波の連の長さ l'' の確率分布は次式で与えられる。

$$P_3(l'') = p_{11}^{l''-1} (1 - p_{11}) \quad (5.24)$$

いま相前後する $h \geq h_*$ となるような波の連と、 $h < h_*$ となるような波の連の間に従属性がないと仮定すると定義より、 $l_0 = l + l''$ の確率分布は次式で与えられる¹²⁾。

$$\begin{aligned} P_2(l_0) &= \sum_{l'=1}^{l_0-1} p_{22}^{l'-1} (1 - p_{22}) \cdot p_{11}^{l_0-l'-1} (1 - p_{11}) \\ &= \frac{(1 - p_{11})(1 - p_{22})}{p_{11} - p_{22}} (p_{11}^{l_0-1} - p_{22}^{l_0-1}) \end{aligned} \quad (5.25)$$

式(5.25)より l_0 の平均値 \bar{l}_0 および標準偏差 $\sigma(l_0)$ は

$$\bar{l}_0 = \sum_{l_0=1}^{\infty} l_0 P_2(l_0) = \frac{1}{1 - p_{11}} + \frac{1}{1 - p_{22}} \quad (5.26)$$

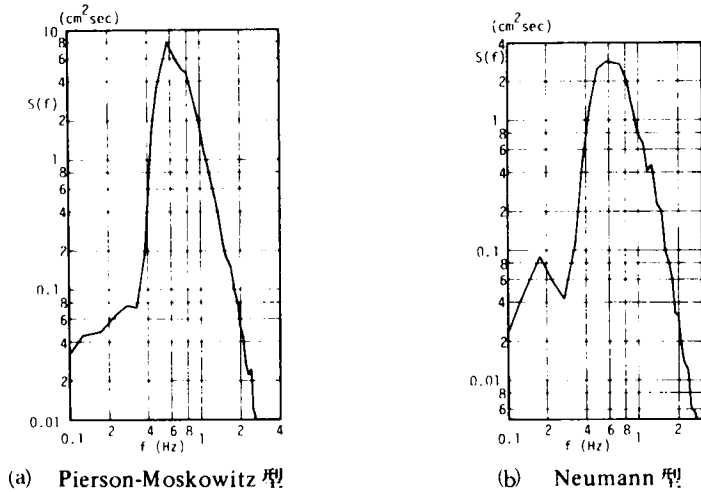
$$\sigma(l_0) = \left\{ \sum_{l_0=1}^{\infty} l_0^2 P_2(l_0) - \bar{l}_0^2 \right\}^{1/2} = \frac{p_{11}}{(1 - p_{11})^2} + \frac{p_{22}}{(1 - p_{22})^2} \quad (5.27)$$

のようになる。これらの式は合田がトータルランに対して与えた式(5.4), (5.5), (5.6)と似ており、式(5.21)のところでも述べたように、隣り合う波が独立な場合には両者は一致する。

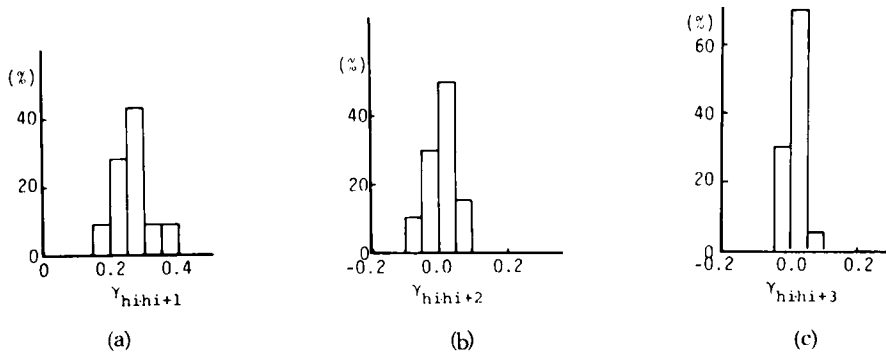
第3節 波高・周期の推移確率

第2節においては波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定し、基準値を越える波高の連および、そのくり返しの長さの確率分布を与えた。ここではまず、波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定したことの妥当性、あるいは推移確率はどのように決定すればよいか等について、実験データを用いて検討をおこなう。

解析には第2章で得た Pierson-Moskowitz, Neumann 型のスペクトル形状を有する不規則波を用いた。図-5.1(a), (b)にその代表的なスペクトル形状を示しておいた。図-5.2(a), (b), (c)は、これらの不規則波の波高の時系列がマルコフ連鎖であるかどうかを計20ケースのデータについて検討したもので、(a)図は隣りあう波の波高の相関係数 $r_{h_i h_{i+1}}$, (b)図は1波おきの相関係数 $r_{h_i h_{i+2}}$, (c)図は2波おいた次の波



図－5.1 不規則波のパワースペクトル



図－5.2 波高の相関係数

の波高との相関係数 $r_{h_i h_{i+3}}$ のヒストグラムである。図からわかるように、隣り合う波相互にはかなりの相関関係が存在する。ここに示した値の平均値は0.27であった。つぎに、1波おいた次の波との相関は急激に小さくなり、平均値は－0.001まで下がる。(c)図の2波おいた波相互の相関はさらに小さくなり、データは0付近に集中してくることがわかる。これらの図からわかるように、1波以上離れると、その波高相互の相関関係はほぼ無視し得るようになる。したがって、ここで解析に用いた波の波高の時系列はマルコフ連鎖をなすといつてよい。数学的にはさらに厳密な検証が必要であるが、実際に証明することは非常に困難である。しかし、定常性・エルゴード性を仮定すれば、上に述べた検証で十分と考えられる。したがって、波高の連りの特性については、式(5.21)から(5.27)までの各式を用いて検証することができる。

つぎに問題となるのは第2節で具体的な値を示すことを保留した推移確率 $p_{ij} (i, j = 1, 2)$ の決定である。いま、ここでは p_{ij} として推移前の波高 h_1 と推移後の波高 h_2 の結合分布 $p(h_1, h_2)$ の条件付確率 $p(h_2/h_1)$ を用いることを試みる。この仮定を用いると、式(5.20)のように単純化する前の推移確率行

列 P は

$$P = \begin{pmatrix} p(h_2 = \iota_1 / h_1 = \iota_1) & p(h_2 = \iota_2 / h_1 = \iota_1) & \cdots \\ p(h_2 = \iota_1 / h_1 = \iota_2) & p(h_2 = \iota_2 / h_1 = \iota_2) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

のように与えられる。いま初期状態の確率マトリクスを

$$P_1 = [p(h_1 = \iota_1), p(h_1 = \iota_2), \cdots] \quad (5.29)$$

とすると、式(5.18)による1回の推移後の確率マトリクスは、式(5.28)に式(5.29)を代入して

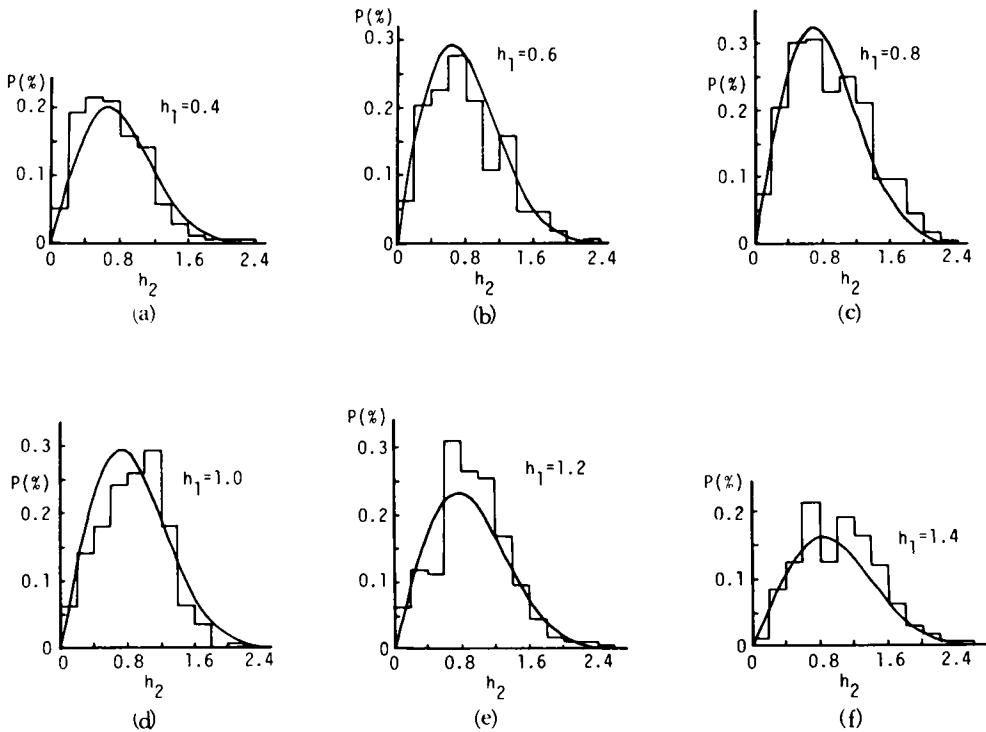
$$p(h_2 / h_1) = p(h_1, h_2) / p(h_1) \quad (5.30)$$

なる関係を用いると

$$P_2 = [p(h_2 = \iota_1), p(h_2 = \iota_2), \cdots] \quad (5.31)$$

のように与えられる。式(5.31)は h_2 の確率マトリクスであり、推移後の波高を h_2 と置いた最初の仮定とも一致する。

第4章でも述べたように、ゼロアップクロス法で定義した波の波高の確率分布は、いずれの場合もほぼ Rayleigh 分布をする。そこで、ここでは推移確率として2次元 Rayleigh 分布の条件付確率を用いることにする。このように仮定すれば、式(5.31)からもわかるように、推移を何度繰返しても波高の確率分布は Rayleigh 分布をする。しかし、このように仮定できるためには式(5.30)から h_1 と h_2 の結合分布が2次元 Rayleigh 分布に従うことが必要である。図-5.3、図-5.4はこの点について検討したもので、



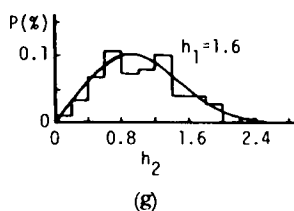


図-5.3 2次元 Rayleigh 分布と波高の結合分布との比較

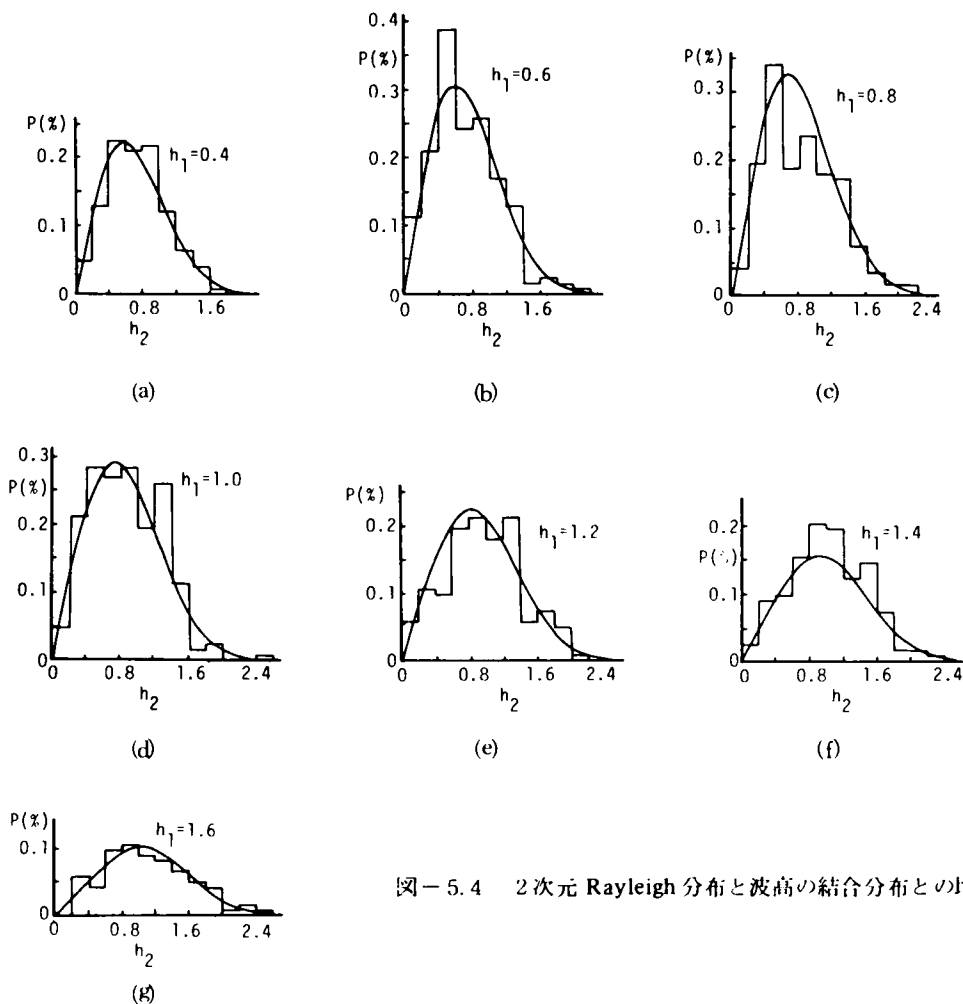


図-5.4 2次元 Rayleigh 分布と波高の結合分布との比較

図-5.3, 5.4の各図は h_1 と h_2 の結合分布の図中に示した断面での頻度分布を示したものである。ただし、ここでは波高はその rms 値で正規化して用いた。また、図中の実線は式(4.51)において $m = n = 2$ において得られる次の2次元 Rayleigh 分布である。

$$p(h_1, h_2) dh_1 dh_2 = \frac{4 h_1 h_2}{1 - 4 \rho^2} \exp \left\{ \frac{-1}{1 - 4 \rho^2} (h_1^2 + h_2^2) \right\} I_0 \left(\frac{4 h_1 h_2 \rho}{1 - 4 \rho^2} \right) dh_1 dh_2 \quad (5.32)$$

ここに $I_0(\quad)$ は変形ベッセル関数であり、第4章で述べたように、 $4\rho^2$ が h_1^2 と h_2^2 の相関係数と一致する。

図より、実験値はデータ数が必ずしも十分でないので幾分の凹凸がみられるが、2次元 Rayleigh 分布との対応は良好であることがわかる。ここでは2例を示しただけであるが、他の実験結果もほぼ同様な特性を示した。

以上のことから、推移確率 p_{ij} として2次元 Rayleigh 分布の条件付確率を用いることに問題はないと考えられる。したがって、式(5.19)の p_{ij} ($i, j = 1, 2$) はそれぞれ次式のように与えることができる。

$$\left. \begin{aligned} p_{11} &= \int_0^{h_*} \int_0^{h_*} p(h_2/h_1) dh_1 dh_2 \\ p_{12} &= \int_0^{h_*} \int_{h_*}^{\infty} p(h_2/h_1) dh_1 dh_2 \\ p_{21} &= \int_{h_*}^{\infty} \int_0^{h_*} p(h_2/h_1) dh_1 dh_2 \\ p_{22} &= \int_{h_*}^{\infty} \int_{h_*}^{\infty} p(h_2/h_1) dh_1 dh_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

ただし、条件付確率は式(4.54)から次式で示される。

$$p(h_2/h_1) dh_1 dh_2 = \frac{2h_1}{1-4\rho^2} \exp\left\{ \frac{-(h_1^2 + h_2^2)}{1-4\rho^2} + h_1^2 \right\} I_0\left(\frac{4h_1 h_2 \rho}{1-4\rho^2} \right) dh_1 dh_2 \quad (5.34)$$

以上、ここでは波高の時系列がマルコフ連鎖をなし、その推移確率が2次元 Rayleigh 分布の条件付確率で与えられることを示した。

つぎに、同じような概念にもとづき、周期の連について検討する。図-5.5(a), (b), (c)はゼロアップク

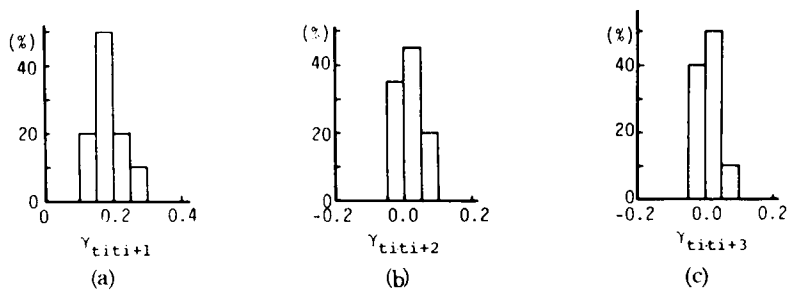


図-5.5 周期の相関係数

ロス法で定義した不規則波の周期の相関について図-5.2と同様に検討したもので、(a)が互いに隣り合う波の周期、(b)は1波、(c)は2波おいた次の波の周期との相関係数の頻度分布を示したものである。図からわかるように、隣りあう波の周期相互には小さいながらも若干の相関関係が存在するが(平均0.186)、1波もしくは2波おいた波の周期の相関は非常に小さくなり、0付近に集中している。(平均値は1波おいた波で0.017、2波おいた波で0.009)これからもわかるように、不規則波の周期の時系列もマルコフ連鎖をなすと考えてよい。したがって、その連の特性についても波高と同様な解析が可能である。しかし、

周期の連の場合には波高におけるように、基準値を超過する周期の連について検討するのは現実的ではないので、任意の周期の前後適当な幅を想定し、その幅の中に入る周期の連について検討する。この場合の初期確率は波高の場合と異なり、 $(0, 1, 0)$ のように与えるとよい。したがって、推移確率行列も

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

のように与えられる。ここに添字 1, 2, 3 はそれぞれ、周期の値が設定幅より小、設定幅内、それより大きい状態を示す。例えば、 p_{21} は初期状態で設定幅内にあった波が、1 回の推移後に設定幅より小さくなる確率を表わす。式 (5.18), (5.35) より、1 回の推移後の確率マトリクスは (p_{21}, p_{22}, p_{23}) のようになり、簡単な帰納計算より、 l 回の推移後には $(p_{22}^{l-1} p_{21}, p_{22}^l, p_{22}^{l-1} p_{23})$ となる。このうち、 $p_{22}^{l-1} p_{21}$ は l 波の波の周期が連続して設定した周期の幅内に入り、 $l+1$ 波目から始めて、それより周期が小さくなる確率であり、 $p_{22}^{l-1} p_{23}$ は $l+1$ 波目で、周期が大きい方にはずれる確率である。したがって、設定幅内に入る周期の連の長さが l になる確率は、この両者の和で与えられる。いまこの確率を $P_1(l)$ とすれば、

$$P_1(l) = p_{22}^{l-1} (p_{21} + p_{23}) = p_{22}^{l-1} (1 - p_{22}) \quad (5.36)$$

のようになり、形式的に式 (5.21) と一致する。したがって、その平均長、標準偏差も形式的に式 (5.22), (5.23) で与えられる。

波高における場合と同様に、推移前の周期を t_1 、推移後の周期を t_2 として、その推移確率に t_1, t_2 の結合確率分布を適用する。第 4 章で述べたように、周期の頻度分布には Weibull 分布の適用が良好な結果を与えており、その 2 次元分布も式 (4.51) ですでに与えた。したがって、 $m=n$ として、2 次元 Weibull 分布の条件付確率は式 (4.54) から

$$p(t_2/t_1) dt_1 dt_2 = \frac{\phi_1}{2.4} n t_2^{n-1} I_0 \left(\frac{t_1^{n/2} t_2^{n/2} \rho}{2} \right) \cdot \exp \left[-\frac{1}{2.4} (\phi_2 t_1^n + \phi_2 t_2^n) + \frac{t_1^n}{2\phi_1} \right] dt_1 dt_2 \quad (5.37)$$

のように入えられる。各変数は第 4 章で説明したとおりであるが、 ρ の値は t_1 と t_2 の相関係数 $r_{t_1 t_2}$ をもとに次式で与えられる。

$$r_{t_1 t_2} = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{n})^2}{\Gamma(\frac{n+2}{n}) - \Gamma(\frac{n+1}{n})^2} \left\{ F\left(-\frac{1}{n}, -\frac{1}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_1 \phi_2}\right) - 1 \right\} \quad (5.38)$$

図-5.6, 図-5.7 の各図は推移確率として 2 次元 Weibull 分布を用いることの妥当性について検討したものである。ともに、 t_1 と t_2 (ここでは周期をその rms 値で正規化して用いた) の結合分布の、図中に示した断面での頻度分布を示したもので、図中の実線は 2 次元 Weibull 分布の理論式である。ただし、 n の値は第 4 章で説明したように、実験値から決定した。図からわかるように、実験値と 2 次元 Weibull 分布の適合性は良好であり、式 (5.30) から推移確率として条件付 2 次元 Weibull 分布を用いることに問題

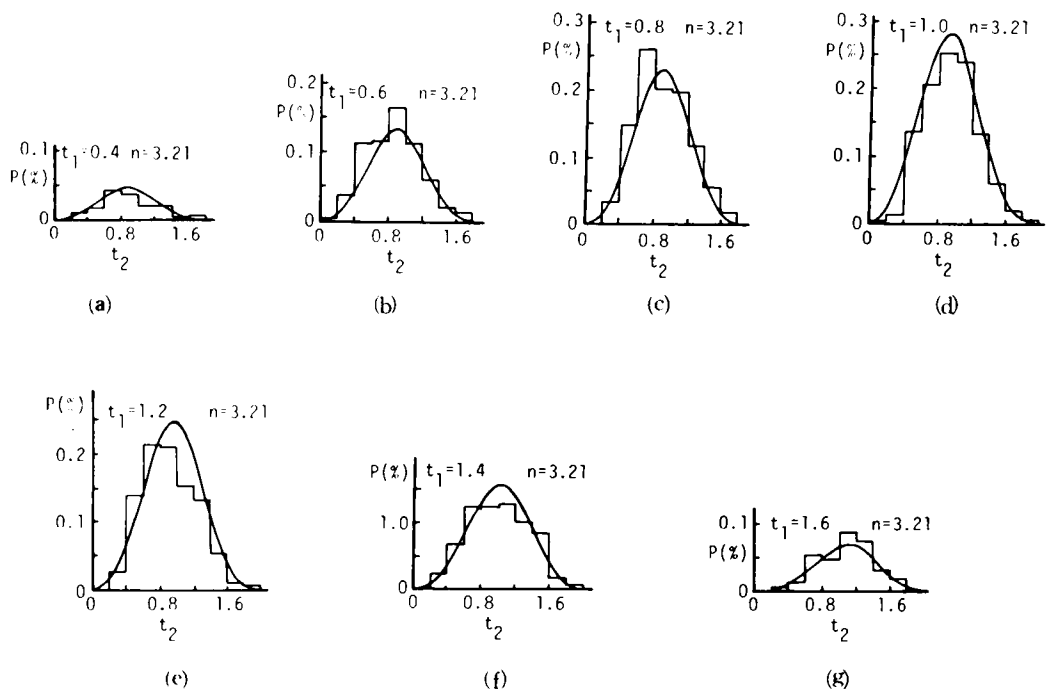


図-5.6 2次元 Weibull 分布と周期の結合分布との比較

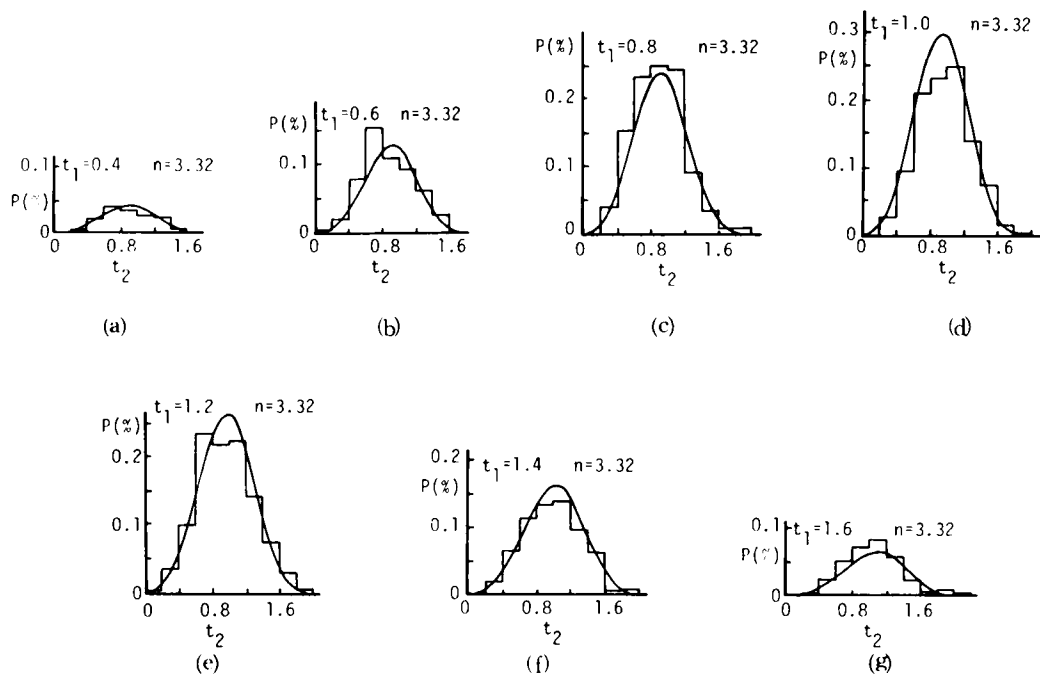


図-5.7 2次元 Weibull 分布と周期の結合分布との比較

はない。

したがって、式 (5.37) より推移確率 p_{22} は

$$p_{22} = \int_{t_* - \Delta t}^{t_* + \Delta t} \int_{t_* - \Delta t}^{t_* + \Delta t} p(t_2/t_1) dt_1 dt_2 \quad (5.39)$$

で与えることができる。この値を式 (5.36) に代入すれば、周期 t が $t_* - \Delta t \leq t \leq t_* + \Delta t$ となる波の連の確率分布が与えられる。また、式の形が同じであるので省略したが、連の平均長、標準偏差の値は、式 (5.39) の p_{22} を式 (5.22), (5.23) に代入すれば求められる。

第4節 不規則波の連の特性

ここでは第2,3節で導いた不規則波の連の確率分布等の理論の妥当性を実験値を用いて検証する。表-5.1(a), (b)は解析に用いた50ケースの実験値から任意に選んだ5つのケースにおける波高の連の長さとして出現回数を示したもので、(a)は基準波高として h_{mean} を、(b)は $h_{1/3}$ を選んだ場合の結果である。この頻度分布をプロットしたものが、図-5.8～図-5.12である。各図とも図中の実線は式 (5.21) で示した連の長さの確率分布であり、一点鎖線は合田による式 (5.1) である。ただし、式 (5.1) の p の値は、Rayleigh 分布の超過確率から、

$$p = \exp\left\{-\left(\frac{h_*}{h_r}\right)^2\right\} \quad (5.40)$$

で与えられ、 $h_* = h_{\text{mean}}$ の場合は $p = 0.456$ 、 $q = 0.544$ 、 $h_* = h_{1/3}$ の場合は $p = 0.135$ 、 $q = 0.865$ となる。しかし、いずれの図においても、式 (5.1) で与えた連の確率分布は連の長さが増すにつれて、実験値よりかなり急激に減少してゆく。このように、データはここでも、Rye, Siefert らの観測結果と同様な傾向を示している。一方、図中に実線で示した式 (5.21) のマルコフ連鎖を仮定して導いた連の確率分布は、いずれのケースにおいても実験値とよく対応していることがわかる。また、表-5.2(a), (b)はそれぞれ表-

表-5.1 基準波高を超過する連の長さとその個数

(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

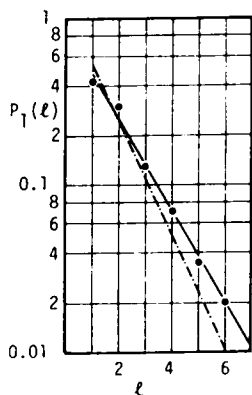
Case No. t	1	2	3	4	5
1	84	89	106	158	93
2	48	66	82	113	61
3	32	35	35	50	35
4	20	23	17	26	16
5	7	12	11	13	9
6	5	7	11	8	7
7	2	4	4	8	2
8	3	2	1	1	2
9	2	2	1	1	3
総 数	203	240	268	378	228

(b) $h_* = h_{1/3}$

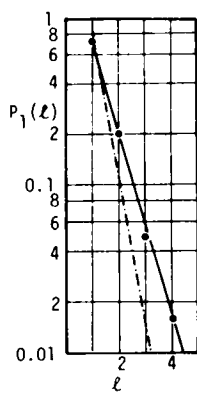
Case No. t'	1	2	3	4	5
1	64	66	92	137	99
2	26	25	25	29	15
3	6	8	6	9	8
4	2	4	2	2	1
総 数	98	103	125	177	123

5.1(a), (b)で示した連の頻度をもとに計算した連の平均長である。表には、式 (5.22) による推定値と、合田の理論をあわせて示しておいた。表からわかるように、実験値の連の平均長は式 (5.22) による値とは良く一致しているが、合田の理論より幾分か大きい値を示している。

つぎに、図-5.13(a)～(e)の各図は高波のくり返し間隔の頻度分布をプロットしたもので、基準波高と

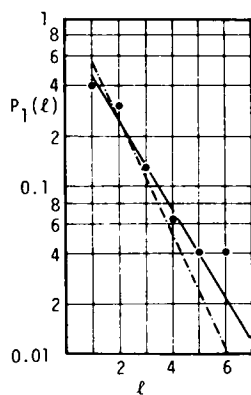


(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

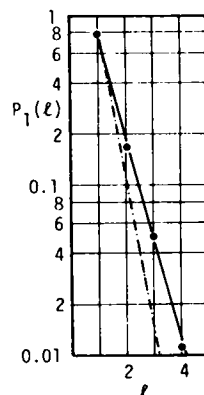


(b) $h_* = h_{1/3}$

図-5.8 基準波高を超過する連の頻度分布 (Case No. 1)

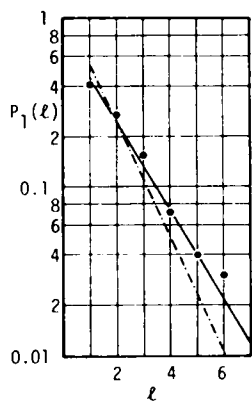


(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

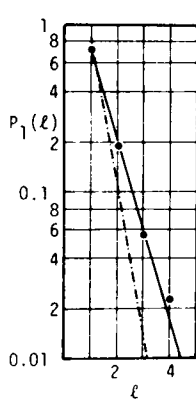


(b) $h_* = h_{1/3}$

図-5.9 基準波高を超過する連の頻度分布 (Case No. 2)

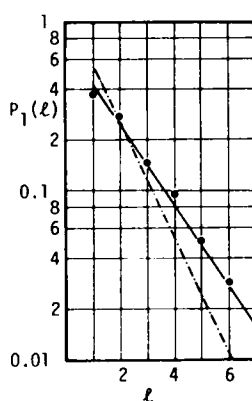


(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

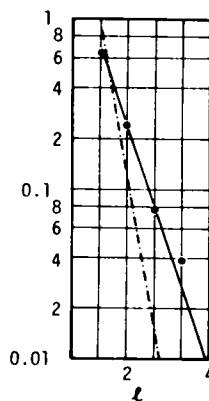


(b) $h_* = h_{1/3}$

図-5.10 基準波高を超過する連の頻度分布 (Case No. 3)

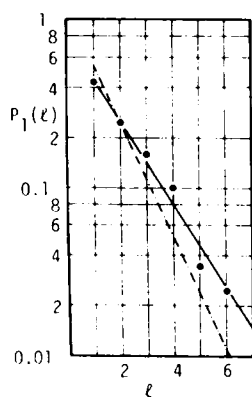


(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

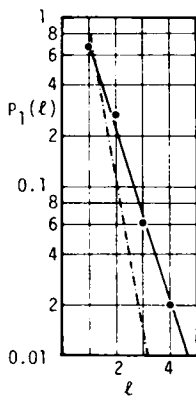


(b) $h_* = h_{1/3}$

図-5.11 基準波高を超過する連の頻度分布 (Case No. 4)

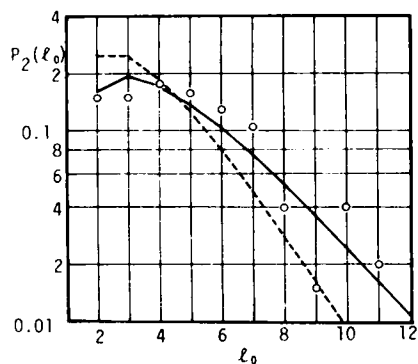


(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

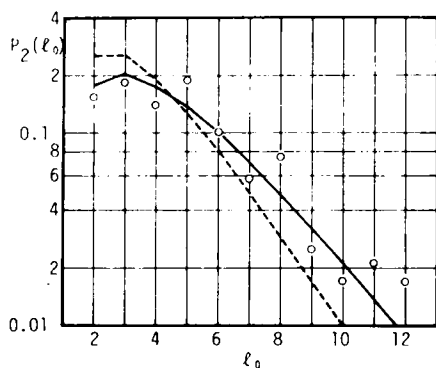


(b) $h_* = h_{1/3}$

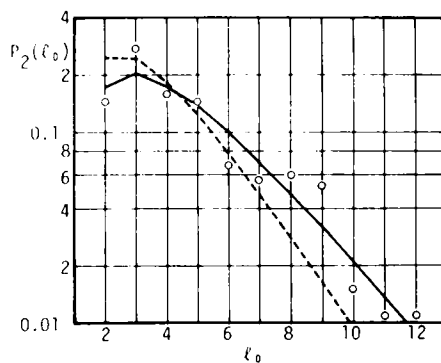
図-5.12 基準波高を超過する連の頻度分布 (Case No. 5)



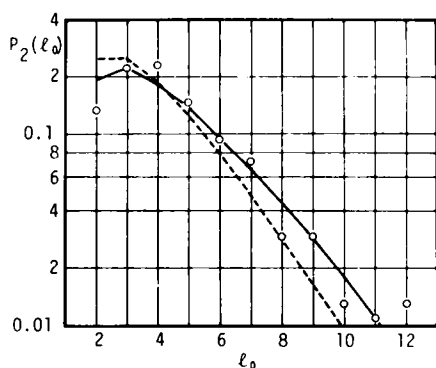
(a) Case No. 1



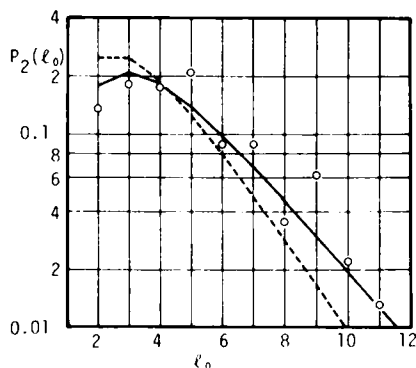
(b) Case No. 2



(c) Case No. 3



(d) Case No. 4



(e) Case No. 5

図-5.13 高波のくり返し間隔の頻度分布

表-5.2 基準波高を超過する連の平均長

(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

Case No.	実験値	Eq. 5.22	Goda
1	2.35	2.31	1.84
2	2.43	2.35	
3	2.27	2.18	
4	2.17	2.11	
5	2.25	2.23	

(b) $h_* = h_{1/3}$

Case No.	実験値	Eq. 5.22	Goda
1	1.45	1.47	1.15
2	1.50	1.51	
3	1.34	1.40	
4	1.30	1.35	
5	1.28	1.42	

表-5.3 基準波高を超過する波の平均くり返し間隔

(a) $h_* = h_{\text{mean}}$

Case No.	実験値	Eq. 5.26	Goda
1	5.08	5.01	4.03
2	5.12	4.81	
3	4.73	4.80	
4	4.69	4.60	
5	4.99	4.69	

(b) $h_* = h_{1/3}$

Case No.	実験値	Eq. 5.26	Goda
1	10.35	10.91	8.61
2	11.81	10.46	
3	10.13	10.45	
4	9.73	9.98	
5	9.14	10.18	

しては平均波高を選んだ。図中の実線は式 (5.25), 破線は合田による式 (5.4) である。データは若干ばらついてはいるが, ここでも実線で示した式 (5.25) の方と良く対応しているようである。表-5.3(a), (b)はこの実験値と式 (5.26), 式 (5.5) からそれぞれ計算した高波のくり返し間隔の平均値である。表より, やはり式 (5.26) の方が実験値と近い値を示していることがわかる。

以上, 5 ケースの実験結果をもとに波高の連の確率特性について検討した。その結果, 前後の波高の相関関係を考慮して導いた連の理論はいずれの場合にも良好な結果を与えることがわかった。そこで次にはこの相前後する波の波高の相関が何によって定まるかについて検討する。すでに第2,3節で示したように, これが与えられれば, 連の確率特性が明らかになる。合田はすでにスペクトルが鋭く尖った形をするほど, 波高の連が長くつづく傾向があることを明らかにしている。そこで, ここでもスペクトル形と波高の相関係数との関係を調べた。図-5.14 は実験値をもとに計算したスペクトル幅パラメーター ϵ と波高の相関係数 $r_{h_i, h_{i+1}}$ の関係を示したものである。図からわかるように実験値は大きくばらついており, 両者の間には相関関係は存在しないようである。つぎに図-5.15 は式 (5.9) のスペクトル尖鋭度パラメーター Q_p と $r_{h_i, h_{i+1}}$ の関係を示したものである。図からデータに若干のばらつきは見られるが Q_p の増加とともに $r_{h_i, h_{i+1}}$ がゆるやかに増加してゆく傾向が見られる。合田も数値実験の結果, これと同様な傾向を見出しており, 波高の相関係数, ひいては連の特性を決定する際, Q_p が非常に重要なパラメーターになることがわかった。

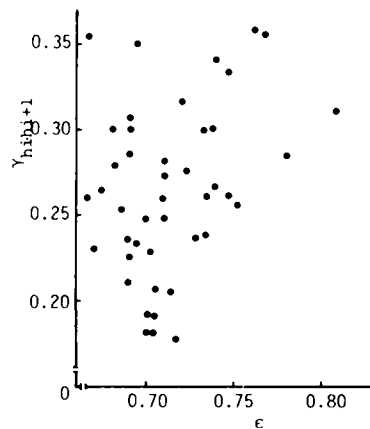


図-5.14 波高の相関係数と ϵ の関係

つぎに, 周期の連について検討する。表-5.4 は表-5.1 で示したのと同じ不規則波の周期の連の長さとして出現回数示したものである。ここに周期の設定幅は $0.7 t_{\text{mean}} \leq t \leq 1.2 t_{\text{mean}}$ とした。これは, t_{mean} を共振周波数とする減衰定数が0の構造物の変位応答が, 静的に荷重が作用した場合の2倍以上になる周期帯である。また, 図-5.16 (a)~(e)は傾度分布を示したもので, 図中の実線は式 (5.36) で示した関係である。図からわかるように, 両者はよく対応しているといえる。図-5.17,

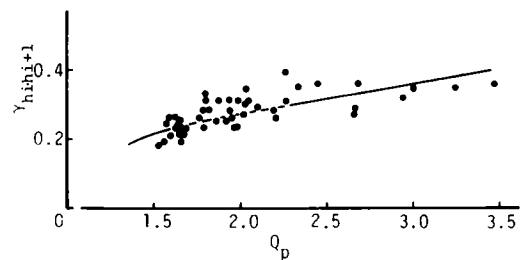
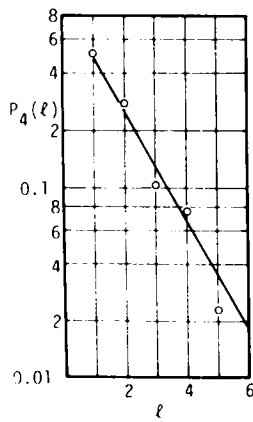


図-5.15 波高の相関係数と Q_p の関係

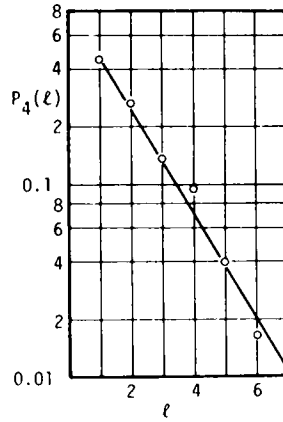
5.18 は図-5.14, 5.15 と同様, 相前後する波の周期の相関 $r_{t_i, t_{i+1}}$ が何と関係するかについて検討したもので, 図-5.17 は $r_{t_i, t_{i+1}}$ と ϵ , 図-5.18 は $r_{t_i, t_{i+1}}$ と Q_p の関係を示したものである。データに幾分のばらつきはあるが ϵ の増加にともない $r_{t_i, t_{i+1}}$ が減少する傾向がみられるが, $r_{t_i, t_{i+1}}$ と Q_p の間には明確な相関関係はみられない。またその他, 式 (5.37) を確定するためには, $r_{t_i, t_{i+1}}$ の他に Weibull 分布の形状母数 n も推定する必要があるが,

表-5.4 基準幅内に入る周期の連の長さとその個数

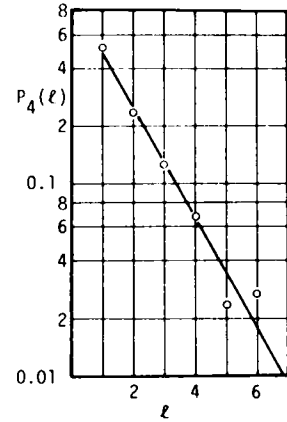
Case No. ℓ	1	2	3	4	5
1	135	135	151	207	122
2	73	81	70	114	52
3	27	41	37	58	37
4	20	29	20	34	23
5	6	9	7	17	10
6	2	5	8	5	8
7	1	2	2	2	9
8	1		2	2	5
9		1	1	1	1
10		1			
総 数	265	304	298	440	267



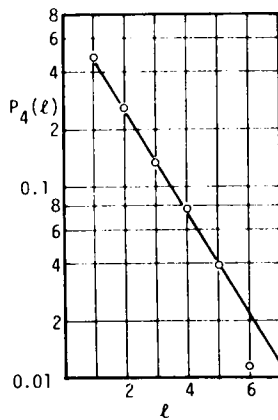
(a) Case No. 1



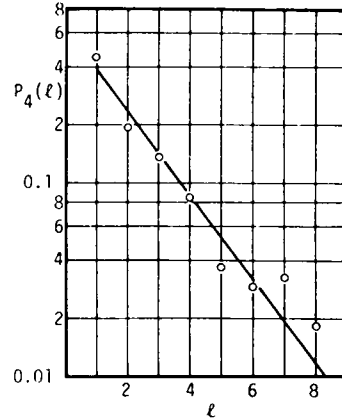
(b) Case No. 2



(c) Case No. 3



(d) Case No. 4



(e) Case No. 5

図-5.16 周期の連の頻度分布

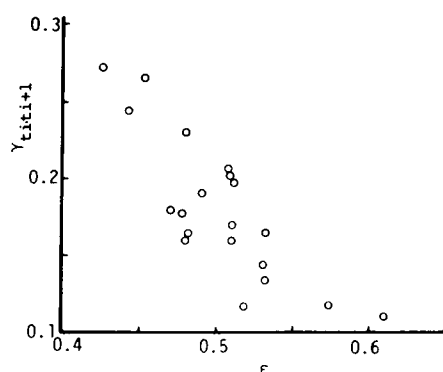


図-5.17 周期の相関係数と ϵ の関係

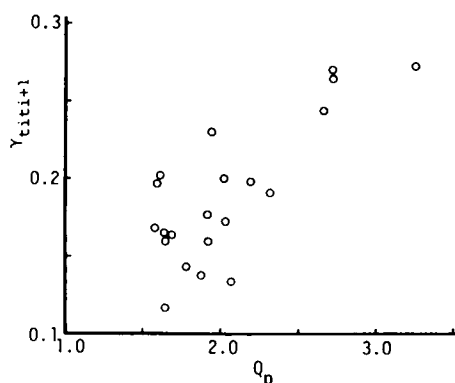


図-5.18 周期の相関係数と Q_p の関係

前に示した図-4.14 からわかるように、この値も ϵ から推定できる。このように、周期の連の確率特性はスペクトル幅パラメーターと関係するようである。

第5節 結 語

この章ではゼロアップクロス法で定義した波の波高および周期の連なりの確率特性について検討した。その結果をとりまとめると以下のようである。

第1節では不規則波の波高の連に関する従来の研究を示し、それらが、合田による研究のように、前後の波高が独立であると仮定して行ったものと、Ewingらによる研究のように相前後する数波以上の波に相関関係が存在すると仮定したものの2つに大別できること、しかし、現地波浪の波高の連なり方は、上の2つのいずれの状況とも一致せず、隣り合う波相互にはかなりの相関関係が存在するが、1波以上隔たるとほとんど相関がなくなるという両者の中間的な性質をもつこと、および、この性質はマルコフ連鎖のそれと同じであることなどについて述べた。

第2節では波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定し、基準波高を超過する、あるいは下まわる波の連の長さの確率分布を導き、さらにこれをもとに高波のくり返し間隔の確率分布も与えた。

第3節では、実験値をもとに、波高の時系列をマルコフ連鎖と仮定したことの妥当性、あるいは、マルコフ連鎖における推移確率はどのようにして与えるべきか等について検討した。その結果、相前後する波の相関係数は平均0.27とかなり大きな値を示したが、1波以上隔った波との相関はほとんどなくなり、波高の時系列をマルコフ連鎖とみなしてよいこと、隣り合う波高の結合分布が2次元 Rayleigh 分布と良好な対応を示すことから、この分布の条件付確率が推移確率として適当であることなどがわかった。同時に、ゼロアップクロス法で定義した周期の時系列について検討した結果、これもマルコフ連鎖をなし、その推移確率としては2次元 Weibull 分布の条件付確率が適当であることもわかった。

第4節では実験値をもとに、第2,3節で導いた不規則波の波高、周期の連の確率分布、平均長および高波のくり返し間隔の理論の妥当性を検討した。その結果、いずれの場合も、実験値と理論値の適合性は良好であり、理論の妥当性が証明された。最後に、隣り合う波高あるいは周期相互の相関関係について検討した結果、波高の相関は合田によるスペクトルの尖鋭度パラメーター、周期の相関はスペクトル幅パラメ

ーターと密接な関係をもつことがわかった。

以上、この研究の結果得られた新たな知見を簡単に示した。不規則波の連の研究はまだその緒についたばかりであり、設計等にとり入れられた例はまだないようである。しかしながら、この研究は、船舶の長周期動揺、サーフビート、海中構造物の共振、防波堤の被覆捨石・ブロックの安定性、越波の排水処理等の問題の解決のためには考慮の必要があることが指摘されており¹³⁾、今後とも研究を続ける必要のある問題である。

参 考 文 献

- 1) 永井康平：不規則な波の振幅の極大値の連なりについて，第20回海岸工学講演会論文集，1973，pp.477-481.
- 2) Sawhney, M. D. : A study of ocean wave amplitudes in terms of the theory of runs and a Markov chain process, Tech. Rep. of New York Univ., 1962, 29p.
- 3) 合田良実・永井康平：造波板の変速運動による発生不規則波のスペクトルについて，港湾技術研究所報告，第8巻，第3号，1969，pp.47-75.
- 4) Goda, Y. : Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. of Port and Harbour Res. Inst., Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3-57.
- 5) 合田良実・永井康平・伊藤正彦：名古屋港における波浪観測，第3報－現地波浪の回折現象ならびに統計的性質について－，港湾技研資料，No. 120, 1971, 24 p.
- 6) Wilson, J. R. and W. F. Baird : A discussion of some measured wave data, Proc. 13th Conf. Coastal Engineering, 1972, pp. 113-130.
- 7) Rye, H. . Wave group formation among storm waves, Proc. 14th Conf. Coastal Engineering, 1974, pp. 164-183.
- 8) Siefert, W. : Wave investigation in shallow water, Proc. 14th Conf. Coastal Engineering, 1974, pp. 151-178.
- 9) Ewing, J. A. : Mean length of runs of high waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 78, No. 12, 1973, pp. 1933-1936.
- 10) 合田良実：波の連なりの統計的性質について，港湾技術研究所報告，第15巻，第3号，1976，pp.3-20.
- 11) Nolte, K. G. and F. H. Hsu : Statistics of ocean wave groups, Prepr. 4th OTC, No. 1688, 1973, pp. 139-146.
- 12) 宮脇一男：雑音解析，朝倉書店，1969，221 p.
- 13) 合田良実：港湾構造物の耐波設計，鹿島出版会，1977，237 p.

第6章 ゼロアップクロス法による不規則波 の力学的性質に関する研究

第1節 不規則波の基本的力学特性

すでに第4章で述べたように、波別解析法とはただ単に不規則な波形を区切って波を定義するだけではなく、このようにして定義した波の個々の特性を明らかにして、不規則波全体の諸特性を推定する方法と考えられるようになっている。しかし、この方法は力学的な裏づけをもっていないので、この方法による解析結果を有意なものにするためには、確率特性ならびに個々の波の力学的な特性を明らかにする必要がある。確率特性についてはすでに第4章で検討したので、ここでは4、5章を通じて検討の対象としているゼロアップクロス法で定義した波のもつ力学的な特性について検討する。

1.1 不規則波の波長

(1) 概 説

測定の困難さのためか、波長は波の基本的な特性量であるにもかかわらず、著者の知る限りにおいてその実測例はないようである。ただ不規則波が式(3.1)のように表現され、かつ各成分波が式(3.2)の線型の分散関係を満足すると仮定して波数スペクトルを導き、Rice¹⁾の方法に基づき、波長の平均値を計算した Pierson²⁾、Ewing³⁾の研究があるのみである。両者はともに、平均周期と平均波長の関係を次の関係式で表わし、定数 K の値を検討した。

$$L_m = K \frac{g T_m^2}{2\pi} \quad (6.1)$$

ここに L_m 、 T_m はそれぞれ平均波長、平均周期である。PiersonはNeumannスペクトルを用いて $K=2/3$ という値を与えており、またEwingはPierson-Moskowitz スペクトルを用いて検討し、 K の値はスペクトルの高周波側の打切り周波数を変えると $1/3$ から $3/4$ まで変化すると述べている。しかし、この方法で求められるのはあくまで平均値であり、次式で示す個々の波の波長 L と周期 T との関係が成立するという事ではない。

$$L = K \frac{g T^2}{2\pi} \quad (6.2)$$

そこで、ここではゼロアップクロス法で定義した個々の波についてその波長と周期の関係について検討する。

(2) 定義

ゼロアップクロス法による不規則波の周期は、固定された点における水位変動の時間記録をもとに決定されるものである。一方、波長は逆に時間を固定して得られる空間波形をもとに定義される量であり、不規則波のように時間的にも空間的にも複雑に変形してゆくような現象に対しては、その定義の相違により、厳密な意味では両者の対応はとり得ないことになる。しかしながら、水位の変化は時間的、空間的にみてそれほど急激なものではなく、比較的短い区間を進行する間であれば、その水面形はほぼ保存され、その進行を容易に確かめ得る。図-6.1はこのことを示す実験結果の1例であり、図中の3つの水位記録は水槽中に1 m 間隔で設置した3本の波高計で記録した不規則波の時間記録である。図より、3つの水位記録は相互に若干の相違はみられるが、ほぼその形状を保持したまま進行していることがわかる。このことから、写真撮影等の手法によれば、波長を決定し、周期との関係を検討をすることが可能である。しかし、元来不規則波の水面形状は徐々に変形してゆくものであり、数多くの波の波長を、同じ定義で決定された量として相互に比較するため、ここでは次に示す補助的な定義を定めた。すなわち、周期は波高計の時間記録をもとにゼロアップクロス法で定義するが、波長は同じ波が波高計の位置を通過する際、その水位の時間記録が負の方向に向って静水位を横切る瞬間に撮影した写真から、ゼロダウンクロス法により読みとるものとした。

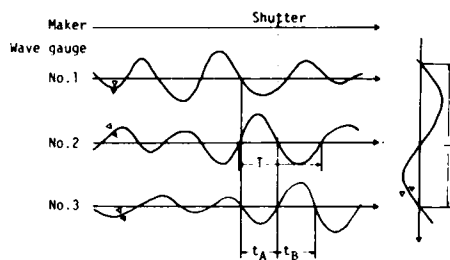


図-6.1 周期・波長・波速の定義

(3) 実験装置および方法

実験に用いた水槽および不規則波発生機は第2章で説明したものと同一である。この水槽の造波板より12 mから16 mまでの4 mの区間を検査区間とし、この区間に以下のような写真撮影のための工夫をほどこして測定をおこなった。すなわち、この区間の前面のガラスには静水面の位置を示すため幅3 mmの黒のビニールテープを水平に、また横方向の長さを示すため10 cm 間隔に縦の目盛を同じビニールテープで張りつけた。また、造波板より13 m、14 mおよび15 mの3点にそれぞれ電気抵抗線式波高計No. 1、2および3を設置し、水位の変動を測定した。検査区間の前後のガラス面には図-6.2に示すように、下半分にトレーシングペーパーを張り、後面から照射したライトの光が散乱光になって水面を照らし、透過した光は前面のトレーシングペーパーで再び反射散乱するようにした。また、後面上部および前面の下半分にはこのトレーシングペーパーに黒ケント紙をかさねて張り、ライトの光が直接カメラにとどく

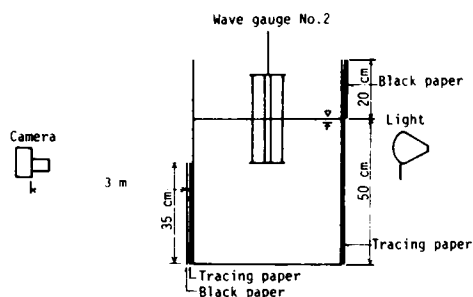


図-6.2 照明装置

を防いだ。写真撮影に用いたカメラ（モータードライブ付250枚撮り）は、図-6.2にも示したように、No. 2の中央の波高計の位置から3 m離れた水槽前面に設置した。

実験は第2章で示したシミュレーションシステムを用いて、図-6.3にそのスペクトル特性を示す4種の不規則波浪を発生させて行った。水深は4つのケースとも50 cmと一定に保った。各ケースとも水槽中に発生させた不規則波が十分定常になった時より、水位変動の記録ならびに写真撮影を開始した。すでに(2)で説明したように、写真の撮影は中央のNo. 2の波高計の位置を水位のゼロダウンクロス点が通過する瞬間に撮影した。また、写真機のフラッシュターミナルソケットとペン書オシログラフのマーク端子をつなぎ、シャッターを押した瞬間を記録紙上にマークし後の解析において記録紙と写真との対応がつくようにした。図-6.1でもわかるように、写真撮影の瞬間は波の1周期のほぼ中央に相当する。写真6.1はこのようにして撮影した水面形の1例を示すものである。撮影したフィルムはフィルムモーションアナライザーを用いて読み取り、波長 L_e を決定した。また、周期 T_e はNo. 2の波高計の記録からゼロアップクロス法で定義した。

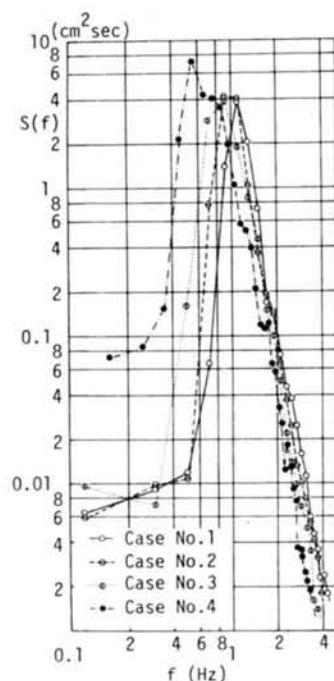


図-6.3 不規則波のスペクトル

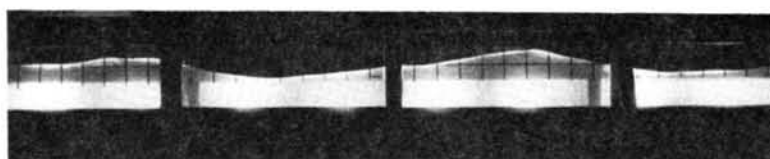


写真-6.1 不規則波の水面形

(4) 実験結果ならびに考察

表-6.1は実験に用いた不規則波の統計量ならびに後に示す測定値の平均等を示したもので、添字の m は平均値、1/3は1/3最大波であることを意味する。また、 f_p はスペクトルのピーク周波数である。図-6.4(a)~(d)の各図はそれぞれ各ケースの波長と周期の関係を示したもので、各ケースとも図中には約200~250個のデータがプロットしてある。図中の鎖線は微小振幅波理論による水深50 cmでの波長と周期の関係を示したものである。各図とも実験値は若干散乱してはいるが、定性的には理論曲線とかなり良い対応を示していることがわかる。事実、

$$D = \sum \left\{ L_e - \bar{K} \frac{g T_e^2}{2\pi} \tanh kh \right\}^2 \quad (6.3)$$

表- 6.1 不規則波の特性

Case No.	f_p	T_m	H_m	$T_{1/3}$	$H_{1/3}$	\bar{K}	T_c	\bar{R}
	(Hz)	(sec)	(cm)	(sec)	(cm)		(sec)	
1	1.2	0.88	5.21	0.89	8.15	0.99	0.92	1.02
2	1.0	0.94	5.28	0.99	8.36	0.98	1.21	1.02
3	0.8	1.00	4.98	1.11	7.82	0.95	1.15	1.00
4	0.6	1.30	5.83	1.50	9.04	0.96	1.32	1.02

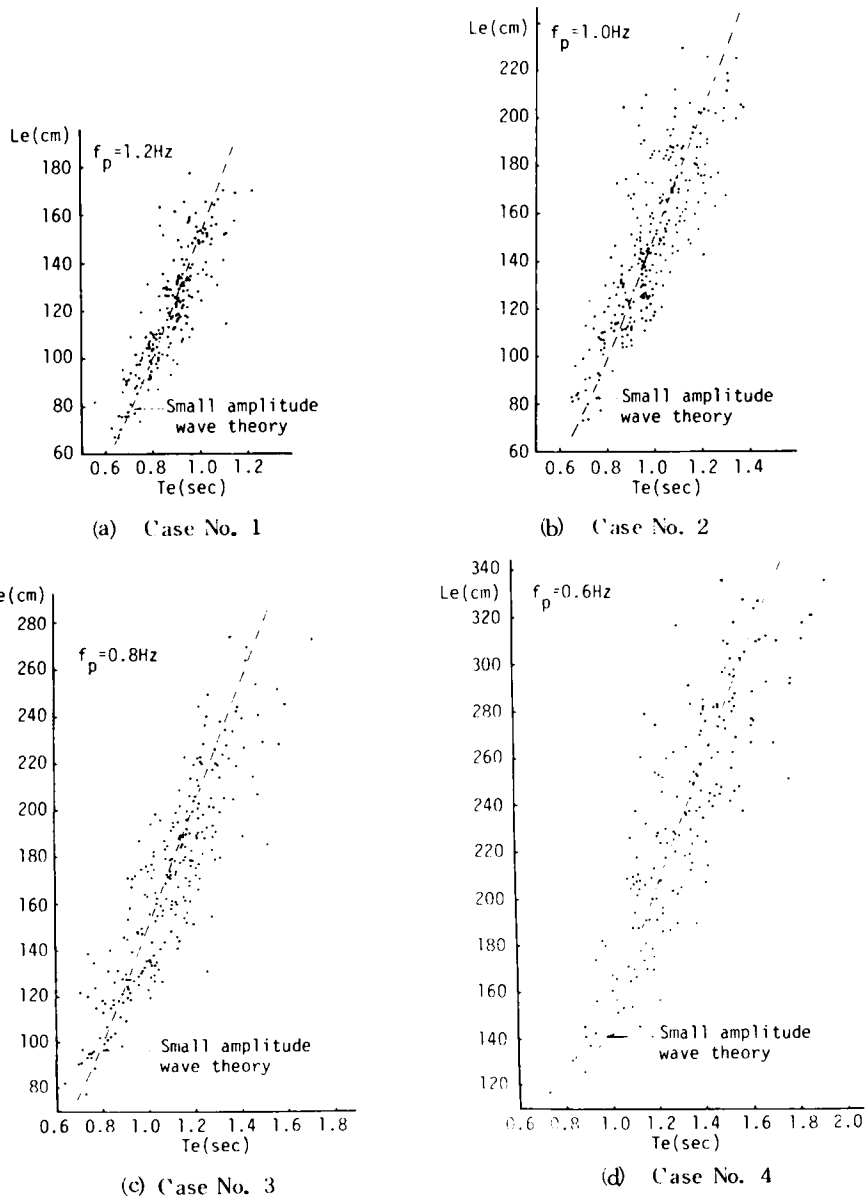


図- 6.4 L_e と T_e の関係

で示す波長の実測値と、周期をもとに計算した理論値との差の平方和 D を最小にするような \bar{K} の値を計算したところ、表-6.1 に示すように、若干小さ目ではあるが、ほぼ 1.0 に近い値が得られた。このことから平均的にみれば、波長と周期は微小振幅波理論とほぼ同じ関係を持つといつてよい。しかし、各ケースの実験結果を更に詳細に検討すると、理論曲線との間に若干の平均的傾向の差がみられる。すなわち、周期の小さい部分では理論値より大きい値を示すデータが多く、逆に周期の大きな部分では理論値より小さい値を示すデータが増加している。図-6.5 (a)~(d) は図-6.4 (a)~(d) に示した各ケースの波長の実験値と理論値との比をプロットしたものである。図から、いずれのケースともデータはかなりばらついてはいる

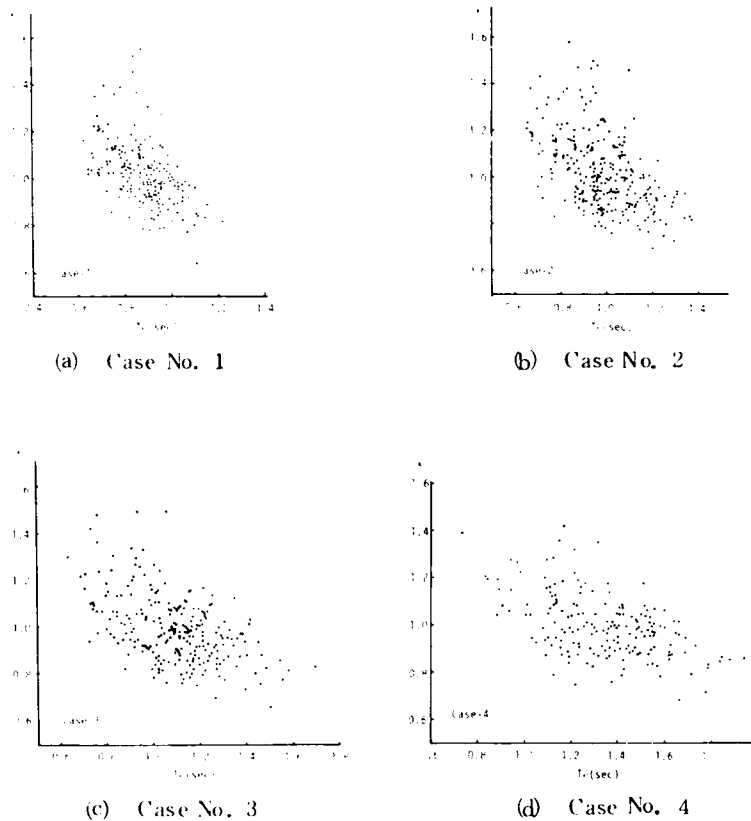


図-6.5 L_e / L_{th} と T_e の関係

が、右下りの傾向を示し、前述した傾向のあることがわかる。図-6.6 は図-6.4 の値を用いて最小自乗法により 3 次曲線のあてはめを行った結果を示したものである。図より明らかなように、平均曲線の勾配は、あわせて示した微小振幅波の理論曲線より幾分ゆるやかで、前に述べた傾向がここでも示された。ここで特に注目すべきことは、各平均曲線は一致せず、スペクトルのピーク周波数が小さくなるにつれて、しだいに上方に移動している点である。このことより、波長は規則波のように水深および周期に対応して一義的に定まるものでなくそのピーク周波数により変化する相対的な量であることがわかる。

図-6.6 に示した平均曲線と理論式との交点の周期 T_c を表-6.1 に示しておいた。これからわかるよ

うに、 T_e は T_m の 1.02 ~ 1.28 倍程度の値を示している。

1.2 不規則波の波速

図-6.1 で示したように、比較的短い区間を進行する間であれば、その水面形はほぼ保存される。したがって、規則波と同様に、波形の任意の点が一定区間を進行するのに要する時間を測定すれば、その伝播速度を定義することができる。ここでは図-6.1 に示すように No.1 から No.3 までの3本の波高計を用い、水位のゼロダウンクロス点が No.1 から No.2 までの区間を進行するに要する時間 t_A と No.2 から No.3 までの区間に要する時間 t_B の和で間隔 2 m を割って得た値を波速 C_e と定義した。周期 T_e は No.2 の波高計で記録した波形をゼロアップクロス法で定義した。

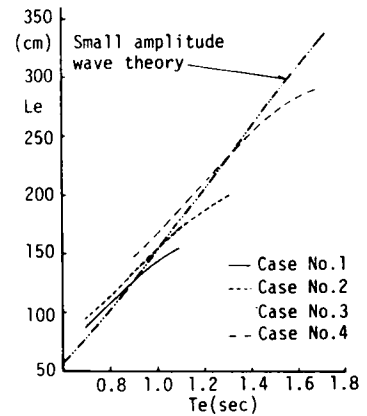


図-6.6 波長の平均的な傾向

図-6.7 (a)~(d)は図-6.3 にそのスペクトル形を示した各ケースの不規則波を用いて行った波速 C_e の実

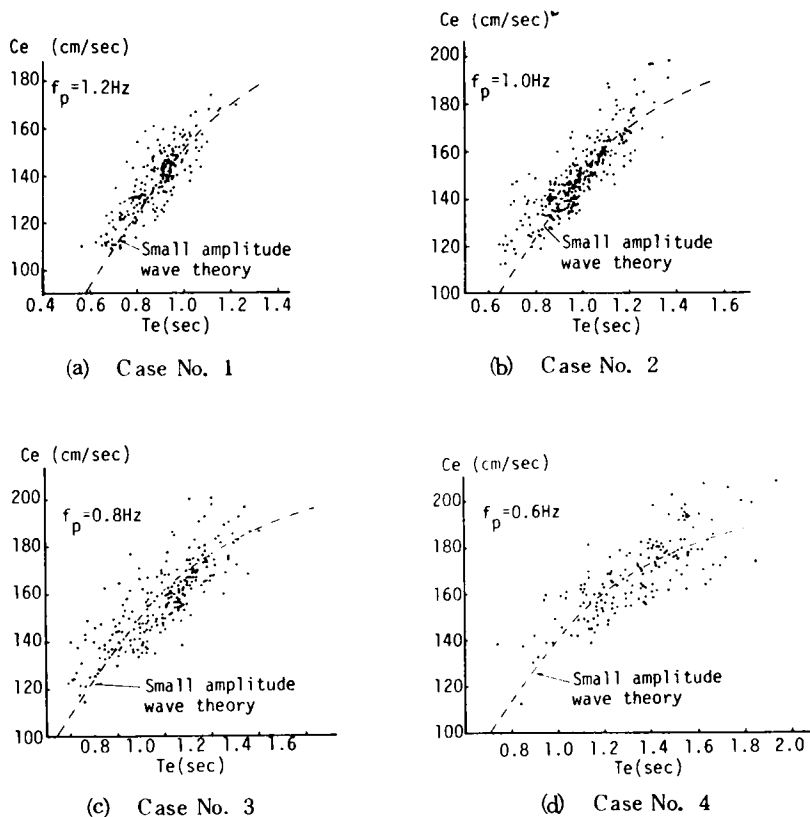


図-6.7 C_e と T_e の関係

験結果を示したものである。図から実験値は若干散乱しているが、図中にあわせて示した微小振幅波理論による波速と周期の関係式とかなり良い対応を示していることがわかる。波速に対しても式(6.3)と同様、次式のように、実験値と理論値との差の平方和

$$E = \sum \left\{ C_e - \bar{R} \frac{g T_e}{2\pi} \tanh kh \right\}^2 \quad (6.4)$$

を最小にするような \bar{R} の値を計算したところ、表-6.1に示すように各ケースとも1.0に非常に近い値が得られた。したがって、平均的には波速と周期の間にも微小振幅波理論とほぼ同じ関係が成立する。しかし、各図に共通して見られる傾向であるが、周期の小さな領域では実験値の多くが理論式より幾分大きい値を示しているようである。この点を検討するため、最小自剰法による3次曲線のあてはめを行った結果を示したものが図-6.8である。図より明らかなように、周期の小さい領域では近似曲線はあわせて示した理論曲線より幾分上にあり、周期の増加にともない理論曲線に近づいてゆく傾向がみられる。この平均曲線と理論曲線がほぼ一致する周期は表-6.1に示した T_m の約1.1倍である。これより周期が T_m の1.1倍以上の領域では、平均的には波速は規則波と同様に水深と周期から一義的に決まるが、周期がそれより小さい領域では、その他に平均周期等が関係することを意味している。

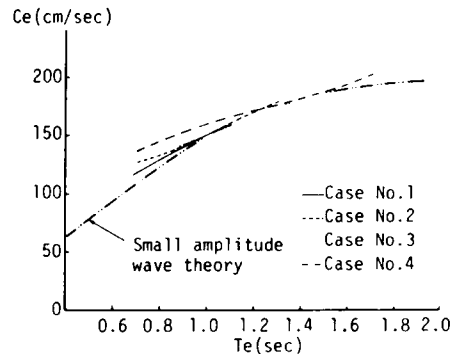


図-6.8 波速の平均的な傾向

以上、ここでは2 mの間を調査区間とし、波速の検討を行った。つぎにさらに長い区間での波の進行を検討するため、2 mずつ離れた6本の波高計を用いて調査区間を10 mと長くした。図-6.9はその実験結果の1例であり、ケース4と同じ不規則波を用いた。図からわかるように、伝播にともなって波形が若干変化するが、まだ、例えば波の峰等の進行状況の追跡は比較的容易である。図中の実線はW-1の水位記録で上に範囲を示した2~3波の波の平均周期から微小振幅波理論を用いて計算した波速の関係を示すものである。A, B, Cの3つの波群とも、W-1の記録の波の谷の位置を起点にしてこの直線を引いておいた。図から直線はほぼ同じ波の谷をむすんでいるが、波群の伝播速度より幾分急であることが見出される。すなわち

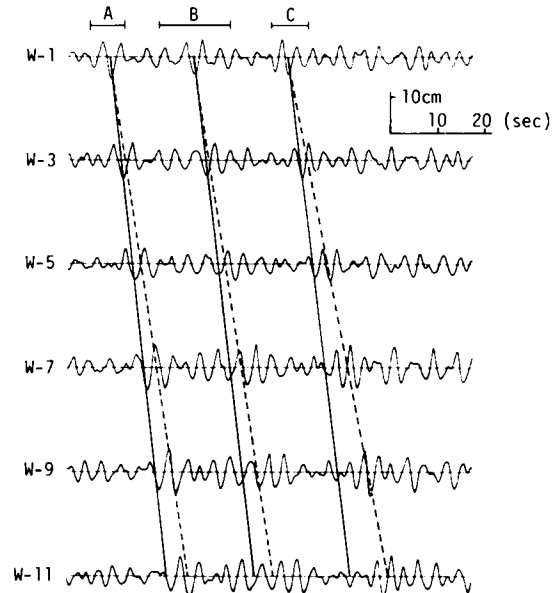


図-6.9 波群の伝播

直線の起点は、W-1 の上に示した波群の範囲のほぼ中央部の谷であったものが、W-11 では波群のかなり前、(c) ではすでに見かけ上波群よりも前にはずれてしまっていることがわかる。一方、図中にあわせて示した破線は直線と同じ平均周期を用いて計算した群速度の関係を示したものである。図からわかるように、この破線は、常に波群のほぼ中央部を貫いており、波群の伝播速度とほぼ一致していることがわかる。

このことから比較的短い区間であれば、不規則波の峰、ゼロクロス点、谷等は見かけ上波速とほぼ等しい速度で進行する。しかし、数波の波群の伝播特性を検討した結果、波群全体とすればむしろ群速度で伝播してゆくようである。

第2節 斜面上における不規則波の碎波

2.1 概説

規則波の碎波現象に対しては、従来より非常に数多くの理論的、実験的研究が行われており、実用的にはほぼ十分な結果が得られているといつてよい。また最近になり、これらの規則波の結果をもとにして、不規則波の碎波に関する研究も始められた。中でも代表的なものとして、Collins¹⁾、Battjes⁵⁾、郭・郭⁶⁾、合田⁷⁾の研究を挙げることができる。これらの研究では、ゼロアップクロス法で定義した個々の波は、同じ波高、周期を持つ規則波と同じ碎波特性を示すという前提で論議を進めており、碎波条件としてはそれぞれ次のような式を用いている。Collinsは Le-Mehaute および Kohによる

$$H_b / H_0 = 0.76 \epsilon^{1/7} (H_0 / L_0)^{-1/4} \quad (6.5)$$

を用いている。ここに H は波高、 ϵ は斜面勾配、 L は波長であり、添字の 0 および b はそれぞれ深海ならびに碎波点での値であることを示す。Battjes は次式で示す Miche、浜田による最高波の理論式を用いている。

$$H_b / L_b = 0.142 \tanh (2 \pi h_b / L_b) \quad (6.6)$$

一方、郭らは現地海岸での観測資料⁸⁾をもとに検討し、次式の間係を推奨している。

$$H_b / h_b = 0.63 \quad (6.7)$$

また、合田は以前彼が規則波に対して与えた碎波指標の近似的な表現である次式を用いた。

$$H_b / L_0 = A [1 - \exp \{-1.5 \pi (h_b / L_0) (1 - 15 \epsilon^{4/3})\}] \quad (6.8)$$

ただし、 $A = 0.17$ である。

しかし、これらの研究に共通していえることであるが、最も基本的な仮定であるゼロアップクロス法で定義した不規則波の個々の波と同じ波高、周期をもつ規則波との力学的な特性が等しいと仮定し得るかどうかの検証が十分でない。そこで、ここではこの点を明らかにするため、不規則波の個々の波の碎波に関して実験的な研究を行い、上に示した碎波条件との適合性を検討する。

2.2 実験装置および方法

実験に用いた水槽および不規則波発生機は第2章と同じものである。この水槽の中央部に図-6.10に示すように1/10(ケースⅠ)あるいは1/20

(ケースⅡ)の斜面を設置した。また一様水深部($h=50\text{ cm}$)から斜面上にかけて1 m 間隔で(ケースⅠは6台、ケースⅡは12台)波高計を設置した。各波高計の設置水深は、ケースⅠでは50 cm 2台、40 cmから10 cm まで10 cm

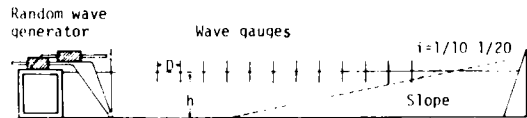


図-6.10 実験装置

きざみで4台、ケースⅡでは50 cm 4台、45 cmから10 cmまで5 cmきざみで8台である。そして予備実験で確認した平均的な砕波点付近の前後3 mの間(ケースⅠでは水深40~10 cm, ケースⅡでは水深25~10 cm)を検査区間とした。この前部ガラス面には後の解析のため静水面と一致するように3 mm幅の黒ビニールテープを張り、図-6.2と同様な工夫をほどこし、前面に設置した35 mmカメラ(250枚撮り、モータードライブ付)および16 mmシネカメラを用いて水面を撮影した。

以上のような装置により測定した記録にもとづいて、砕波時の波の諸特性をつぎのように定義した。すなわち、砕波時の波の周期 T_b は砕波点から最も近い沖側の波高計の記録からゼロアップクロス法で読みとり、砕波高および砕波長は35 mmカメラ(5 frame/sec)のフィルムから、図-6.11に示すように、静水面を示す黒ビニールテープを利用して空間的にゼロダウンクロス法で定義した。しかし、35 mmカメラでは砕波の瞬間をのがす場合もあり得るので、砕波点は16 mmフィルム(33 frame/sec)から読みとった。この写真撮影により砕波高を決定する方法は、通常の規則波の砕波高の定義法と異なるが、規則波を用いて行った予備実験の結果では従来の方法で定義したものと大きな差異はみられなかった。

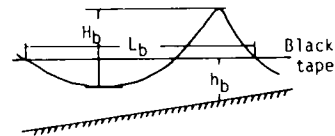


図-6.11 波高・波長の定義

実験は第2章で示したシミュレーションシステムを利用して、図-6.12に一様水深部でのスペクトル形を示した3種の不規則波を発生させて行った。各スペクトルの形状に大差はないが、ピーク周波数 f_p が(1) 0.8 Hz, (2) 1.0 Hz および(3) 1.2 Hz と少しづつ異なる。以後実験ケースを1-1のように示す。これは1/10勾配斜面に $f_p = 0.8\text{ Hz}$ の波を作用させた実験であることを意味する。

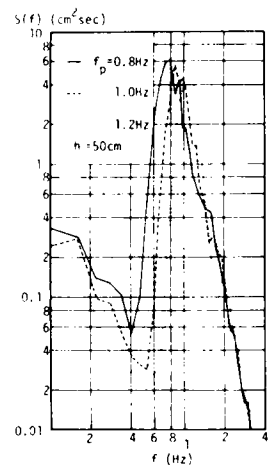


図-6.12 実験に用いた不規則波のスペクトル

2.3 実験結果ならびに考察

(1) 斜面上の不規則波のスペクトル

表-6.2に実験ケースと測定した不規則波の砕波水深の平均値を示した。

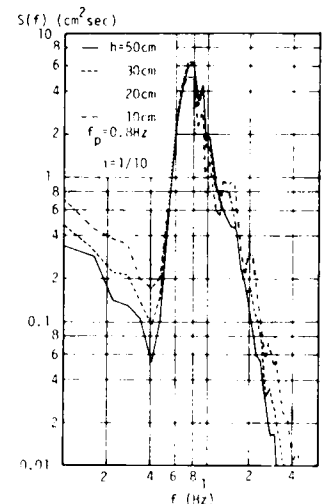
表－6.2 斜面勾配・スペクトルのピーク周波数・砕波水深

Case No.	i	f_p (Hz)	h_b (cm)
I－1	1 / 10	0.8	14
I－2	1 / 10	1.0	12
I－3	1 / 10	1.2	13
II－1	1 / 20	0.8	21
II－2	1 / 20	1.0	21
II－3	1 / 20	1.2	19

表からもわかるように、Ⅰの各ケースでは平均的な砕波水深は13 cm付近であり、25 cmより深い部分での砕波はあまりみられなかった。また、Ⅱの各ケースでは水深15～25 cmの間で砕波するものが多かった。各ケースとも、波高の小さい波あるいは再生成波などは、水深5 cmから汀線の間で砕波するものが多かったが、この部分は検査区間からはずれること、後にふれるがサーフビートの影響を受けることなどの理由から、この実験では測定の対象から除外した。

砕波の形状は各ケースとも巻き波型の砕波をするものが多く、崩れ波型の砕波は水深の比較的大きな部分で時折みられたが数は少なかった。

図－6.13は砕波点付近での水深変化にともなう不規則波のスペクトルの変化の1例であり、ケースⅠ－1の実験結果を示したものである。図より、水深30 cmまではスペクトルに大きな変化はないが、水深20 cm付近より、ピーク付近でのエネルギーの低下、0.4 Hz以下ならびに1.0 Hzより高周波でのエネルギーの増加がみられ、スペクトル解析の結果もこの付近で水面にかなり急激な変化がおこっていることを示している。すでに図－3.7および図－3.8で水深の減少にともなうスペクトル形の変化を示したので、ここではその他のケースについては省略するがほぼ同様な傾向がみられた。



図－6.13 水深減少にともなうスペクトルの変形 (Case No. I－1)

(2) 砕波長

不規則波の実験に先立って、同じ1/10および1/20勾配斜面を用いて規則波の砕波に関する実験も行った。図－6.14は実験の結果得た砕波長 L_b と周期 T_b および砕波水深 h_b から微小振幅波理論を用いて計算した波長の理論値 L_{th} との比を示したものである。図中の

○印は1/10、●印は1/20勾配斜面での実験結果を示す。図から1/20勾配での実験値は1.0に非常に近い部分にプロットされており、理論値と良好な対応性を示しているが、1/10勾配での実験結果は、いずれも実験値の方が理論値に比して幾分か大きい値を示していることがわかる。これは、波長の理論値の計算に波の峰の位置での水深を用いたため理論値が幾分過少にみつめられたためと考えられ、この影響は

一般に斜面勾配が急なほど大きい。そこで、図-6.11 に示す波の中央の位置での水深を用いて波長を補正し、実験値との比を示したものが同じ図-6.14 の□印(1/10)と■印(1/20)である。実験値の方が若干小さい値を示してはいるが、理論値との対応は良好であり、斜面勾配による差は補正前と比較してかなり小さくなっている。

つぎに図-6.15(a)および(b)はそれぞれ1/10 および1/20 の斜面上での各ケースの不規則波の碎波時の波長を理論値と比較したもの

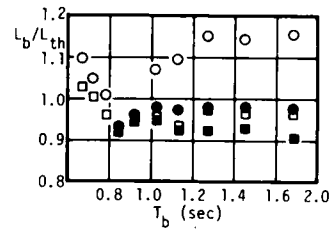
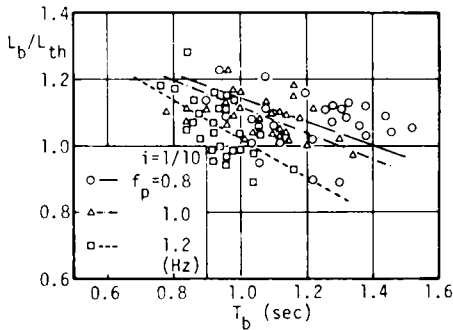
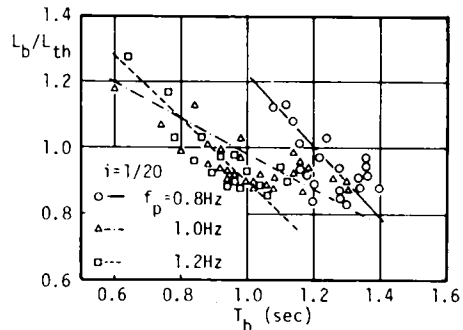


図-6.14 碎波点における規則波の波長



(a) $i = 1/10$



(b) $i = 1/20$

図-6.15 碎波点における不規則波の波長

のである。ただし両図とも波長に対して水深変化の補正はほどこしていない。実験値は若干ばらついてはいるが、規則波の実験結果と同様、1/10 勾配での波長の理論値よりも幾分大きく、1/20 勾配の場合は理論値よりも幾分小さい値が多い。また、さらに詳細に検討すると、各実験値は周期の増加にともない L_b/L_{th} の値が徐々に減少していることがわかる。図中にひいた各ケースの平均的な直線は、両図ともスペクトルのピーク周波数の増加にともない次第に周期の小さい方へ移動してゆくが、これらの傾向は図-6.6 で示した水平床での実験結果と同じである。また図-6.15(a)と(b)の比較から、この平均的な直線の勾配は1/20 勾配斜面の方がより急であることがわかる。両図に示した結果に対して図-6.14 と同様に水深による補正をほどこすと、多くの実験値が $L_b/L_{th} < 1.0$ の領域に下ってくるが、データ相互の関係にはあまり変化はない。

(3) 碎波特性

Miche ならびに浜田は、浅水表面波の碎波条件式として、式(6.6)を提案した。図-6.16 は規則波の実験結果をこの理論式と比較したもので、1/20 斜面での実験結果が、実線で示した式(6.6)に比して若干下にプロットされているものの、1/10 勾配での実験結果はかなりよく一致している。つぎに図-6.17(a)および(b)はそれぞれ1/10 および1/20 勾配斜面で不規則波を用いて行った実験の結果を示したものである。両図とも実験値はかなりばらついてはいるが、平均的には図中にあわせて示した式(6.6)と同様、 h_b/L_b の増加にともない碎波時の波形勾配が徐々に大きくなっていることがわかる。しかし、両図とも

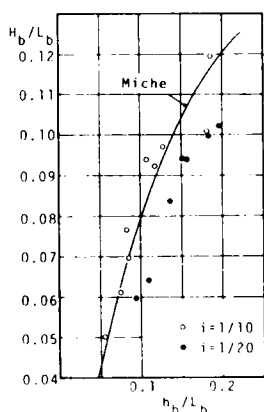
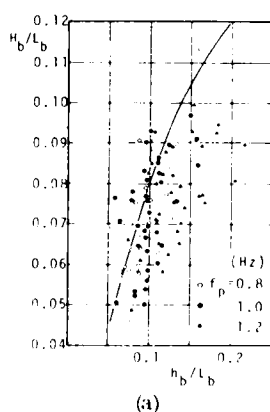
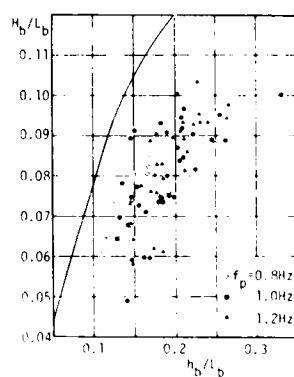


図-6.16 $H_b/L_b \sim h_b/L_b$ の関係 (規則波)



(a)



(b)

図-6.17 $H_b/L_b \sim h_b/L_b$ の関係 (不規則波)

スペクトルのピーク周波数による実験値相互の差はみられないが、ケースⅡの実験値が式(6.6)に比して平均30%程度下まわっており、ケースⅠの結果と明確に異なることがわかる。このことから、不規則波の碎波に対しても斜面勾配の影響は無視できず、図-6.16の結果と比較すればむしろ、規則波よりも勾配の影響は著しいことがわかる。

つぎにこうした斜面勾配による影響を検討するため、合田⁹⁾による規則波の碎波指標と比較検討した。

図-6.18は図-6.16と同じ規則波の実験結果を碎波指標と比較したものである。図よりわかるように、実験値は碎波指標より幾分小さい値を示している。また、不規則波の実験結果と碎波指標の近似式、式(6.8)と比較したものが、図-6.19(a)(ケースⅠ)および(b)(ケースⅡ)である。横軸の沖波波長 L_0 は周期 T_b から微小振幅波理論を用いて求めた。図より明らかなように、ケースⅠ、Ⅱとも実験値はばらついてはいるが、 h_b/L_0 の増加にともない H_b/h_b の値は徐々に減少している。したがって、この領域の波に対しては、クノイド波や孤立波のように、 $H_b/h_b = \text{const.}$ という碎波条件は適当でないことがわかる。しかし、両図とも、

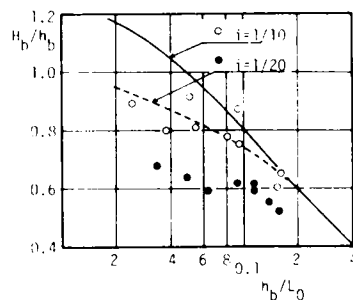


図-6.18 $H_b/h_b \sim h_b/L_0$ の関係 (規則波)

実験値は実線で示した式(6.8)より幾分小さく、その差はケースⅠで碎波指標の約30%、ケースⅡで約40%にもなる。したがって、これらの結果より、ゼロアップクロス法で定義した波は同じ波高、周期をもつ規則波と比較して碎波しやすいといえよう。郭ら⁶⁾も実験値あるいは現地波浪の観測記録を解析し、碎波条件として式(6.7)を与えているが、これはLaitoneがクノイド波に対して与えた碎波条件 $H_b/h_b = 0.73$ や McCowan による $H_b/h_b = 0.78$ に比して14%~20%小さい。図-6.19(a), (b)に点線で示した各曲線は、式(6.8)の定数 A の値を0.11, 0.12, 0.13と変化させて計算したものであるが、図からわかるように、(a)では $A=0.12$ 、(b)では $A=0.11$ が実験値のほぼ中央部を通る。

このような規則波の碎波条件との差について、合田⁷⁾はサーフビートによる水深の変化が不規則波の碎

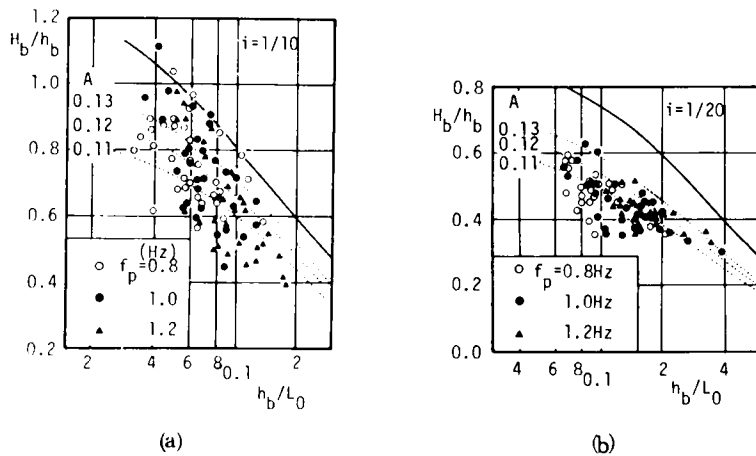


図-6.19 $H_b/h_b \sim h_b/L_0$ の関係 (不規則波)

波に大きな影響を与えることを指摘した。この点について検討したものが図-6.20である。この図はケースⅡ-1の図中に示した水深での水位変動 (実線) と low pass filter を用いて 0.35 Hz 以上の周波数成分をカットしたいわゆるサーフビートの波形 (点線) を示したものである。図より、水深 10 cm の点においては 1 cm 程度の振幅をもつ長周期の変動がみられるが、水深の増加とともに振幅はしだいに小さくなり、水深 25 cm の点ではほとんどみられなくなっている。表-6.2 で示したように、このケースの波の平均的な砕波水深は 21 cm 付近であり、サーフビートによる水深の変化はほぼ無視し得ると考えられる。その他のケースもほぼ同じような状況であった。

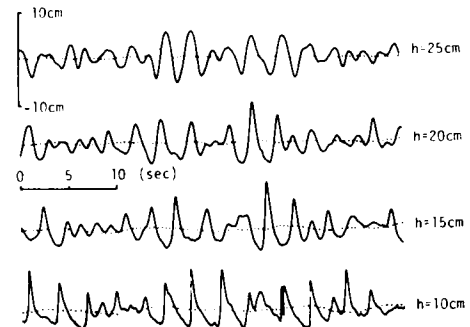


図-6.20 サーフビート

この他、不規則波であるために規則波と異なる原因として、非定常なもどり流れ、Radiation stress 等による平均水位の変化などの影響も考えられなくはないが、不規則波におけるこれらの現象が必ずしも明らかでない現在、定量的な影響の評価は困難である。

第3節 結 語

この章ではゼロアップクロス法で定義した不規則波の個々の波の力学的な性質について二、三の検討をおこなった。ここで得られた結果をとりまとめると以下のようなものである。

第1節では本文中に示した補助的な定義にもとづいて、その周期、波長および波速といった基本的な量を測定し微小振幅波理論と比較検討した。

まず波長と周期の関係は、平均値に限れば両者はほぼ微小振幅波理論の関係式を満足する。しかし、個々のデータは、平均周期の 1.0 ~ 1.3 倍程度の周期を境にして、それより周期が小さな領域では実験値は

理論値より幾分大きい値を示すものが多く、逆にそれより大きな領域では小さい値を示すものが多くなる。また、データの平均的な傾向を検討したところ、波長は規則波のように、水深と周期から一義的に定まる量でなく、平均周期などにより変化し、平均周期が大きくなれば、各周期とも、波長が増加する傾向があることがわかった。

つぎに波速と周期の関係は、平均値に限れば両者はほぼ微小振幅波理論の関係式を満足する。しかし個々のデータは理論曲線よりもゆるやかに変化する傾向があり、周期の小さな領域では理論値より若干大きい値を示すものが多く、周期の増加とともに理論曲線に漸近してゆき、平均周期の1.1倍程度より大きな領域では両者はほぼ一致するようになる。しかし、各ケースのデータに引いた平均曲線がそれぞれ異なることから、波速も平均周期によって変化する事がわかった。しかし、長い区間での伝播特性はこれと異なり、ほぼ群速度に近い速度で伝播する。

第2節では不規則波の個々の波の砕波特性について検討した。その結果、shoalingにともなうスペクトルの変形は特に砕波点付近で著しく、ピーク付近のエネルギーが減少し、低周波ならびに高周波域でのエネルギーの増加があること、また個々の波の砕波特性に関して、 $H_b/L_b \sim h_b/L_b$ の関係はMicheの理論と比較して、1/10勾配の場合はほぼ一致するが、斜面勾配が1/20の場合には理論値に比して約30%程度小さくなり、不規則波の砕波に対しても斜面勾配の影響は無視できないこと、 $H_b/h_b \sim h_b/L_0$ の関係を合田による砕波指標と比較した結果、1/10および1/20勾配斜面とも実験値は砕波指標に比して平均30~40%小さく、合田の与えた砕波指標の近似式中の定数Aの値は $A=0.11 \sim 0.12$ 程度が妥当であることがわかった。

これらのことから、ゼロアップクロス法で定義した個々の波は、場合によっては規則波とほぼ等しく、場合によっては規則波とかなり異なることもあるが、ある程度固有の特性を示すことがわかった。このことから、従来考えられていたように、この方法が単なる便宜的な波の定義方法でなく、ある程度力学的な特性をも検討し得る方法であると考えられる。しかし、ここでは二、三の特性を示したにすぎず、今後更に種々の特性について検討してゆく必要がある。

参 考 文 献

- 1) Rice, S. O.: 雑音理論 (宮脇一男・他訳), 電気学院, 1955, 206 p.
- 2) Pierson, W. J. Jr.: An interpretation of the observable properties of sea waves in terms of the energy spectrum of the gaussian record, Trans. American Geophysical Union, Vol. 35, No. 5, 1954, pp. 747-757.
- 3) Ewing, J. A.: A note on wave length and period in confused seas, Jour. of Geophysical Research, Vol. 74, No. 6, 1969, pp. 1406-1408.
- 4) Collins, J. I.: Probabilities of breaking wave characteristics, Proc. 12th Coastal Engg. Conf., 1970, pp. 399-414.

- 5) Battjes, J. A. : Set-up due to irregular waves, Proc. 13th Coastal Engg. Conf., 1972, pp. 1993–2004.
- 6) 郭 金棟・郭 秀吉：風波による砕波の波高減衰と波高の確率分布，第 19 回海岸工学講演会論文集，1972，pp. 137 - 142.
- 7) 合田良美：浅海における波浪の砕波変形，港湾技術研究所報告，第 14 卷，第 3 号，1975，pp. 57 - 106.
- 8) 合田良美：波浪統計に関する二，三の考察，港湾技研資料，No. 39，1967，pp. 235 - 255.
- 9) 合田良美：砕波指標の整理について，土木学会論文報告集，第 180 号，1970，pp. 39 - 49.

第7章 結 論

この研究は、主として実験水槽内で発生させた不規則波を対象として研究を行い、浅海域にある不規則波に対しては、従来の成分波の概念にもとづくスペクトル解析法の適用に問題があることを明らかにした後、これまで統計学的な特性の解析法として用いられてきた波別解析法、特にゼロアップクロス法による現象の力学的取り扱いの可能性を検討し、そのため明らかにしておくべき基礎的な事項について系統的な研究を行ったものである。

以下この研究で得た主要な結果を示して、この論文の結論とする。

まず第1章においては、海中に構築される構造物の設計・施工にあたって、波のもつ不規則性を考慮することが非常に重要であることを指摘するとともに、その取り扱い法や解析法に関する従来の研究が必ずしも十分でないことを述べてこの研究の目的を明確にし、その方法について説明した。

第2章においては、浅海域にある非常に非線型性の強い不規則波あるいは構造物により非線型な変形作用を受ける不規則波の研究のためには、現時点では不規則波を用いた実験の研究が最も望ましく、この種の研究をさらに効果的なものにするためには、まず現地と同じ統計学的特性をもつ不規則波浪を発生させる方法を確立することが急務であることを説明した。つぎにここで用いる電気油圧式不規則波発生機の特性を検討し、造波板の運動速度の制約や発生波の砕波などにより、高周波あるいは低周波での不規則波の発生には幾分かの制約があるが、その中間の周波数帯では入力信号と造波板の運動や発生波の対応は良好であり、特に、造波板の運動と発生波の関係は Biesel-Suquet の理論でほぼ説明できることなどを確かめた。ひきつづき行ったアナログ方式による Pierson-Moskowitz および Neumann 両スペクトルのシミュレーション実験の結果は、この方法が非常に簡単でかつ期待スペクトルの再現性も比較的良好で、1～2回の修正で精度は更に向上させ得ることを示した。またデジタル方式によるシミュレーションでは、まず最初に乱数を所定の特性をもつ不規則信号に変換する応答関数の決定法について新たな理論を提案し、数値実験によってこの方法による応答関数が非常に良好な特性をもつことを示した。最後に、この応答関数を用いて、乱数から不規則波形を計算するための計算機、デジタルデータをアナログ信号に変換するための D-A 変換器、ならびにこうして作ったアナログ信号を用いて制御する不規則波発生機の3者よりなるシミュレーションシステムを構成し、種々のスペクトル形をもつ不規則波のシミュレーション実験を通じて、このシステムによる期待スペクトルの再現性が非常に良好であり、発生波の確率特性も現地波浪とほぼ同じ特性を持っていることなどを明らかにした。

第3章では、浅海域にある不規則波に対して成分波の概念にもとづくスペクトル解析法の適用を試み、その伝播特性について検討した。特にここでは、クロススペクトル解析の手法を用いて、比較的良好な区間での成分波の伝播をとり扱った。その結果、スペクトルのピーク周波数 f_p をはさむ $0.75 f_p \leq f \leq 1.5 f_p$

の周波数帯の外ではコヒーレンスの値が急激に低下し、成分波の概念がほとんど適用できないことを見出した。一方、この有効周波数帯内の成分波に対しても、コヒーレンスの値は伝播距離の増加とともに直線的に減少すること、斜面上ではさらに大きく減少することなどを示し、浅海域にある不規則波に対して、従来の成分波の概念が適用し得る範囲は成分波の波長のたかだか1.5～2倍以下の距離であり、この範囲内であれば成分波は線型の分散関係を保ちつつ伝播していると考えてよいことを明らかにした。つぎに、コヒーレンスの低下の原因について検討し、成分波相互の非線型干渉、水深の減少にともなう波形の非線型性などによる高次のnon-free waveの存在は、この理由になり得ないことを示した。最後に、short time spectrumの手法により、時間の経過あるいは伝播にともなうスペクトル形の変化について検討した結果、成分波のエネルギーはほぼ群速度に等しい速さで輸送されることを見出し、浅海域における不規則波の伝播は、従来の成分波の概念よりも、周期のよく似た数波の波群の伝播と考える方がより現象と対応していることを説明した。

第4章においては、現地波浪と実験水槽内でシミュレートした不規則波とを用いて、ゼロアップクロス法により定義した波高・周期の確率特性を検討し、両者の結合確率分布の定式化を試みた。まず、現地波浪の観測記録をもとに波高の頻度分布について検討するため、データに対してWeibull分布の適用を試みた結果、その形状母数は水位変動の頻度分布のskewnessが増加するにつれて、Rayleigh分布に対応する2.0より徐々に大きくなる傾向があり、Rayleigh分布よりわずかに尖った分布形をもつようになることがわかった。しかしそれはRayleigh分布との適合性が否定されるほどではなく、ここでも波高の頻度分布とRayleigh分布との対応が確かめられた。つぎに周期の確率特性に対して実験値をもとに検討を行った。その結果、その頻度分布はスペクトル形によりかなり大きく変化するが、そのいずれの場合もWeibull分布で十分近似できること、その形状母数はスペクトル幅パラメーターと密接な関係を持つことなどを明らかにした。最後に周辺分布としてのこれらの波高と周期の確率特性を満たす結合確率分布として2次元Weibull分布の適用を試み、データとこの2次元Weibull分布との対応は良好であり、この分布から導かれる種々の平均値も実測値とかなり良く対応することを明らかにした。

第5章では、ゼロアップクロス法で定義した不規則波の波高および周期の連なる統計学的な特性について検討した。まず、従来行われて来た理論的研究の問題点を指摘し、新たに、波の時系列をマルコフ連鎖と仮定して波高および周期の連の確率分布を導いた。ついで実験データをもとにこの理論の妥当性について検討を行い、波高および周期の時系列はマルコフ連鎖であると考えてよいこと、波高の推移確率として条件付2次元Rayleigh分布が、周期の推移確率として条件付2次元Weibull分布がそれぞれ適用できることなどを明らかにした。さらにここで導いた基準波高を超過する波高の連の確率分布、高波のくり返し間隔の確率分布、任意の設定幅内に入る周期の連の確率分布およびこれらから導かれる二、三の統計学的特性について実験値との対応を検討して、その適合性が非常に良好であることを明らかにした。最後に、連の長さを決定する重要な要素である隣り合う波相互の相関係数について検討して、それが波高の場合には合田によるスペクトルの鋭度パラメーター、周期の場合にはスペクトル幅パラメーターと密接な関係をもつことを明らかにした。

第6章では、実験水槽内に発生させた不規則波を対象として、ゼロアップクロス法による不規則波の力

学的な取り扱いの可能性について検討した。まず最初に若干の補助的な定義にもとづいて波長と波速を定義し、周期との関係を比較した。その結果、平均値に限定すれば、波長と周期および波速と周期の関係は微小振幅波理論の関係式をほぼ満たすが、個々のデータについてみれば平均周期の 1.0 ～ 1.3 倍付近を境にして周期の小さい領域では実測値は波長、波速ともに理論値より若干大きい値を示すものが多く、一方、周期の大きな領域では波長のデータは理論値より幾分小さい値を示すものが多く、波速は周期の増加とともに理論値に漸近する傾向のあることを見出した。つぎに、1/10 および 1/20 の 2 種の斜面上での同じ定義にもとづく個々の波の砕波特性について検討した。その結果、不規則波の砕波に対しても斜面勾配の影響が無視できないこと、合田による規則波の砕波指標と比較して 1/10、1/20 両勾配とも H_b/h_b の値は 30 ～ 40 % 程度下まわり、規則波に比して早めに砕波することを明らかにした。

このようにゼロアップクロス法により定義した波は、規則波と非常に近い特性を示す場合もあり、またそうでない場合もあるが、その場合も一定の特性を示し、この方法が不規則波の力学的特性の検討に使い得る方法であることを明らかにした。

最後に本研究の全過程にわたり終始一貫して暖かくかつ適切な御指導をいただいた京都大学工学部岩垣雄一教授に衷心より感謝の意を表すとともに、折にふれて御教示御激励いただいた京都大学防災研究所土屋義人教授に深謝する次第である。また、この研究の遂行に協力していただいた京都大学海岸工学研究室の諸氏に謝意を表す。